

1915.

PERIODICAL ROOM
RECEIVED

No. 18.

530.5
A593
P6

UNIV. OF MICH.
LIBRARY

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. U. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 48. Heft 2.

DER GANZEN REIHE 353. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

**M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, W. VOIGT, E. WARBURG.**

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.

MIT ZWEI TAFELN.



LEIPZIG, 1915.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

DÖRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 24 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 54 M.

(Ausgegeben am 14. Oktober 1915.)

Inhalt.

	Seite
1. W. Voigt und V. Freedericksz. Theoretisches und Experimentelles zu der piezoelektrischen Erregung eines Kreiszylinders durch Drillung und Biegung	145
2. O. Lehmann. Die Erzeugung von Bewegung durch molekulare Richtkraft bei flüssigen Kristallen. (Hierzu Tafel IV u. V.)	177
3. J. Stark. Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien. V. Feinzerlegung der Wasserstoffserie	193
4. J. Stark. Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien. VI. Polarisierung und Verstärkung einer Serie	210
5. G. E. Washburn. Der Einfluß der Magnetisierung auf den Gleichstromwiderstand des Graphits nach der Hauptachse	236
6. W. W. Strong. Elektrische Fällung, Stokessches Gesetz und die Beseitigung von Teilchen aus Flüssigkeiten	251
7. A. Kalähne. Die schwingende Spule im Magnetfeld, ein Fall von gedämpften Sinusschwingungen mit nichtlinearem Hemmungsgesetz	261
8. H. Schultze †. Über das spezifische Gewicht des Argons.	269

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geh. Hofrat Prof. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **Würzburg, Pleicherring 8.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

the

45

77

93

10

36

51

51

39

n

n

e

n

u

t

s

n

-

-

t

z

a

-

a

i

s

a

,

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 48.

**1. Theoretisches und Experimentelles zu der
piezoelektrischen Erregung eines Kreiszylinders
durch Drillung und Biegung;
von W. Voigt und V. Freedericksz.**

Mitgeteilt von W. Voigt.

(Vorgelegt in der Sitzung der K. Gesellsch. d. Wissensch. zu Göttingen
am 8. Mai 1915.)

1. Die ersten Versuche, einen Kristall *durch Drillung* piezoelektrisch zu erregen, hat Hr. Röntgen¹⁾ angestellt. Er benutzte dabei zwei Kreiszylinder aus Bergkristall, deren Achsen der kristallographischen Hauptachse parallel sein sollten, und studierte ihre Erregung mit Hilfe der Influenz auf einen der Oberfläche genäherten, zur Zylinderachse parallelen und mit einem Elektrometer verbundenen Draht. Die Beobachtungen ergaben überraschenderweise im scheinbaren Widerspruch mit der trigonalen Symmetrie des Bergkristalles eine Erregung, bei der vier Quadranten des Zylinderumfanges sich abwechselnd entgegengesetzt verhielten. Hr. Röntgen hat an seinen Quarzzylindern auch das inverse Phänomen, die elektrische Drillungsdeformation, hervorgebracht. Er setzte zu diesem Zweck seine beiden Quarzzylinder zu einem von der doppelten Länge zusammen und armierte das Präparat mit Hilfe von Stanniolstreifen, die auf die vier Zonen stärkster piezoelektrischer Erregung aufgeklebt wurden. Bei abwechselnd $+$ - und $-$ -Ladung und Entladung dieser Streifen, ließ die Beobachtung mit Fernrohr, Spiegel und Skala an dem freien Ende des einseitig befestigten Zylinders eine minimale Drehung erkennen.

Nach der allgemeinen Theorie der piezoelektrischen Erregung²⁾ beruht der ganze von Hrn. Röntgen beobachtete Effekt darauf, daß die Achsen seiner Zylinder nicht genau in die kristallographische Hauptachse fielen, da ein genau

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. **39**, p. 16. 1889.

2) W. Voigt, Gött. Abh. 1890; Kristallphysik, p. 814. Leipzig 1910.

richtig orientierter Zylinder keine der beobachteten Wirkungen zeigen kann. Es besteht nämlich der allgemeine Satz¹⁾, daß ein gleichwie immer orientierter Kreiszyylinder aus beliebiger Kristallsubstanz durch gleichförmige Drillung oder Biegung, *wenn überhaupt*, dann stets so erregt wird, daß sein Umfang in vier Quadranten abwechselnd entgegengesetzten Verhaltens zerfällt. Ist also die kristallographische Symmetrie des Zylinders mit einer solchen Verteilung im Widerspruch, so muß die Erregbarkeit überhaupt fehlen.

Der Umstand, daß nach dem Vorstehenden die piezoelektrische Erregung durch Drillung und ihr Reziprokes bisher eigentlich sozusagen nur zu Unrecht beobachtet worden sind, ließ es mir erwünscht erscheinen, einige Beobachtungen nach wirklicher Anleitung der Theorie auszuführen. In der Tat mag wohl die bisherige ausschließlich negative Aussage der Theorie bzw. der Röntgenschen Beobachtung nicht voll überzeugend erscheinen und einer Ergänzung nach der positiven Seite bedürfen. Offenbar mußte in geeignet gewählten Orientierungen der Effekt beträchtlich stärker ausfallen, als bei den von Hrn. Röntgen gewählten, im Grunde sehr ungünstigen Verhältnissen, und quantitativ mit der Theorie vergleichbar sein. Ferner schien es mir lohnend, daneben ein erstes Beispiel für die Erregung eines Zylinders durch *Biegung* zu liefern, da meine theoretischen Entwicklungen diesen Fall mit umfassen und für ihn analoge Verhältnisse signalisieren wie für die Drillung, eine bezügliche Beobachtung bisher aber fehlt.

2. Die Potentialfunktion eines hinreichend langen, der Z-Achse parallelen und längs dieser Achse homogen erregten Zylinders läßt sich schreiben

$$(1) \quad \varphi = \frac{\partial}{\partial x} \int P_1 \ln(r^2) dq_0 + \frac{\partial}{\partial y} \int P_2 \ln(r^2) dq_0,$$

wobei P_1 und P_2 die spezifischen elektrischen Momente nach X und Y bezeichnen, dq_0 das Querschnitelement des Zylinders an der Stelle $x_0 y_0$ und r die Entfernung dieses Elementes von dem betrachteten Punkt xy ist. Wir schreiben dies kurz

$$(2) \quad \varphi = \frac{\partial J'}{\partial x} + \frac{\partial J''}{\partial y}.$$

1) W. Voigt, l. c. p. 62 bzw. 887.

Für unseren Fall eines kreisförmigen Querschnittes führen wir Polarkoordinaten ein, setzen also

$$(3) \quad \begin{cases} x = p \cos \chi, & y = p \sin \chi, & x_0 = p_0 \cos \chi_0, \\ y_0 = p_0 \sin \chi_0, & dq_0 = p_0 dp_0 d\chi_0 \end{cases}$$

und schreiben

$$(4) \quad \begin{cases} \text{für } p > p_0: \ln r^2 = \ln p^2 - 2 \sum \frac{1}{h} \left(\frac{p_0}{p}\right)^h \cos h(\chi - \chi_0), \\ \text{für } p < p_0: \ln r^2 = \ln p_0^2 - 2 \sum \frac{1}{h} \left(\frac{p}{p_0}\right)^h \cos h(\chi - \chi_0). \end{cases}$$

Analog entwickeln wir P_1 und P_2 in Reihen nach den Formeln

$$(5) \quad \begin{cases} P_1 = A_0' + \sum (A_n' \cos n\chi_0 + B_n' \sin n\chi_0), \\ P_2 = A_0'' + \sum (A_n'' \cos n\chi_0 + B_n'' \sin n\chi_0); \end{cases}$$

die A und B sind dabei Funktionen von p_0 , und alle Reihen sind von 1 bis ∞ erstreckt.

Kürzt man bei Einführung des Zylinderradius R ab:

$$(6) \quad \int_0^R A_n' p_0^{n+1} dp_0 = A_n', \quad \int_0^R B_n' p_0^{n+1} dp_0 = B_n', \dots,$$

so ergibt sich für äußere Punkte, d. h. für $p > R$

$$(7) \quad J' = 2\pi \left[A_0' \ln(p^2) - \sum \frac{1}{h p^h} (A_h' \cos h\chi + B_h' \sin h\chi) \right]$$

und analog J'' . Hieraus folgt dann gemäß (2)

$$(8) \quad \begin{cases} \varphi = 2\pi \left[\frac{2}{p} (A_0' \cos \chi + A_0'' \sin \chi) \right. \\ \left. + \sum \frac{1}{p^{h+1}} ((A_h' - B_h'') \cos(h+1)\chi + (A_h'' + B_h') \sin(h+1)\chi) \right]. \end{cases}$$

Von dieser allgemeinen Formel machen wir Anwendung auf den Fall, daß P_1 und P_2 linear in x und y sind; wir setzen demgemäß

$$(9) \quad \begin{cases} P_1 = a' x_0 + b' y_0 = p_0 (a' \cos \chi_0 + b' \sin \chi_0), \\ P_2 = a'' x_0 + b'' y_0 = p_0 (a'' \cos \chi_0 + b'' \sin \chi_0). \end{cases}$$

Es verschwinden dann alle A und B , mit Ausnahme von

$$(10) \quad A_1' = p_0 a', \quad B_1' = p_0 b', \quad A_1'' = p_0 a'', \quad B_1'' = p_0 b''$$

und analog auch alle A und B , mit Ausnahme von

$$(11) \quad A_1' = \frac{1}{2} a' R^2, \quad B_1' = \frac{1}{2} b' R^2, \quad A_1'' = \frac{1}{2} a'' R^2, \quad B_1'' = \frac{1}{2} b'' R^2.$$

Hiernach wird in dem vorausgesetzten Falle

$$(12) \quad \varphi = \frac{\pi R^4}{2 p^3} [(a' - b') \cos 2\chi + (a'' + b') \sin 2\chi].$$

Für die Beobachtung nach der Kundtschen Bestäubungs- oder der Röntgenschen Influenzmethode ist die zum Radius p parallele Feldkomponente $\mathfrak{E}_p = -\partial\varphi/\partial p$ für $p = R$ maßgebend. Für diese folgt nunmehr

$$(13) \quad \bar{\mathfrak{E}}_p = \pi R [(a' - b') \cos 2\chi + (a'' + b') \sin 2\chi].$$

Da nach der Theorie die gleichförmige Biegung und Drillung eines elliptischen, und spezieller eines Kreiszylinders auf Ausdrücke für P_1 und P_2 von der Form (9) führt, so hat die gewonnene Formel für φ auch in diesen Fällen Geltung, und es folgt der Satz, auf den im Eingang Bezug genommen ist.

Für absolute Messungen der Erregung wird man am besten so verfahren, daß man die vier Quadranten, in denen \mathfrak{E}_p je dasselbe Vorzeichen bewahrt, mit leitenden, aber gegeneinander isolierten Belegungen versieht und die bei der Deformation in ihnen influenzierten Ladungen durch die meßbaren Elektrizitätsmengen kompensiert, die ein Curiescher Quarzstreifen liefert. Die Theorie dieses Verfahrens setzt voraus die Bestimmung derjenigen Oberflächendichte σ_0 , deren Potentialfunktion diejenige der Erregung des Zylinders in der ganzen Oberfläche zu Null kompensiert.

Machen wir für σ_0 den Ansatz

$$(14) \quad \sigma_0 = m_0 + \Sigma (m_h \cos h\chi^0 + n_h \cos h\chi^0),$$

so findet sich die Potentialfunktion von σ_0 zu

$$(15) \quad \varphi_0 = -2\pi R \left[m_0 \ln R^2 - \Sigma \frac{1}{h} \left(\frac{p}{R} \right)^h (m_h \cos h\chi + n_h \sin h\chi) \right].$$

Damit nun für $p = R$

$$\varphi + \varphi_0 = 0$$

sei, muß gelten

$$m_2 = \frac{1}{2} R (a' - b''), \quad n_2 = \frac{1}{2} R (a'' + b'),$$

während alle anderen m und n verschwinden. Somit findet sich

$$(16) \quad \sigma_0 = \frac{1}{2} R [(a' - b'') \cos 2\chi + (a'' + b') \sin 2\chi],$$

was mit $\bar{\mathfrak{E}}_p/2\pi$ übereinstimmt.

Um die Gesamtladung eines Quadranten zu bestimmen, hat man σ_0 über die Fläche der Belegung zu integrieren.

8. Für einen Kristall der hemimorphen Gruppe des trigonalen Systemes (Quarz) lauten die Werte der piezoelektrischen Momente nach den Koordinatenachsen, als Funktionen der Druckkomponenten X_x, \dots, X_y , falls man (wie ich gewöhnlich tue) die Z - in die Hauptachse, die X - in eine Nebenachse legt¹⁾,

$$(17) \quad \begin{cases} -P_1 = d_{11}(X_x - Y_y) + d_{14}Y_z, \\ P_2 = d_{14}Z_x + 2d_{11}X_y, \quad P_3 = 0. \end{cases}$$

Dabei stellen d_{11} und d_{14} die beiden piezoelektrischen Moduln der bezüglichen Kristallgruppe dar.

Die Druckkomponenten im Innern eines mit dem Moment N um die Längsachse gedrillten Kreiszyllinders werden, wenn die Z' -Achse in diese Längsachse gelegt wird, bei beliebigen X' - und Y' -Richtungen, gegeben durch²⁾

$$(18) \quad X_x' = Y_y' = Z_z' = X_y' = 0, \quad Y_z' = -\frac{2N x'}{\pi R^4}, \quad Z_x' = +\frac{2N y'}{\pi R^4}.$$

Fällt die Z' - mit der obigen Z - bzw. Hauptachse zusammen, und ebenso X' mit X , Y' mit Y , dann wird

$$(19) \quad P_1 = \frac{2N d_{14} x}{\pi R^4}, \quad P_2 = \frac{2N d_{14} y}{\pi R^4}, \quad P_3 = 0.$$

Die elektrische Erregung findet in diesem ersten Hauptfalle in radialer Richtung und in mit $p = \sqrt{x^2 + y^2}$ proportionaler Stärke statt. Es ist von vornherein klar, daß eine solche Erregung in dem Außenraum keine Wirkung üben kann, und der allgemeine Ausdruck für φ bestätigt dieses.

Nehmen wir den zweiten speziellen oder Hauptfall, daß der Zylinder mit seiner Achse parallel einer Nebenachse liegt, so formen wir das Formelsystem (17) am besten durch zyklische Vertauschung auf ein Achsenkreuz um, dessen Y -Achse in die Hauptachse und dessen Z - in eine Nebenachse fällt. Das selbe lautet nun

$$(20) \quad \begin{cases} P_1 = d_{14}Y_z + 2d_{11}Z_x, \quad P_2 = 0, \\ -P_2 = d_{11}(Z_x - X_x) + d_{14}X_y. \end{cases}$$

1) W. Voigt, l. c. p. 26 bzw. 830 u. 832.

2) S. W. Voigt, Gött. Abh. 1887, p. 61; Kristallphysik, p. 636.

Hier ergibt sich dann

$$(21) \quad -P_1 = \frac{2N}{\pi R^4} (x d_{14} - 2y d_{11}), \quad P_2 = 0, \quad P_3 = 0;$$

es ist also nach (9)

$$(22) \quad \alpha' = -\frac{2N d_{14}}{\pi R^4}, \quad b' = +\frac{4N d_{11}}{\pi R^4}, \quad \alpha'' = b'' = 0,$$

und nach (12) und (16)

$$(23) \quad \begin{cases} \varphi = \frac{N}{p^2} (-d_{14} \cos 2\chi + 2d_{11} \sin 2\chi), \\ \sigma_0 = \frac{N}{\pi R^2} (-d_{14} \cos 2\chi + 2d_{11} \sin 2\chi), \end{cases}$$

oder, wenn

$$d_{14} = -D \sin 2\psi, \quad 2d_{11} = D \cos 2\psi$$

gesetzt wird,

$$(24) \quad \varphi = \frac{ND}{p^2} \sin 2(\psi + \chi), \quad \sigma_0 = \frac{ND}{\pi R^2} \sin 2(\psi + \chi).$$

Die Gesamtladung E' einer Quadrantenbelegung von der Länge L , deren Mitte bei χ' liegt, findet sich hiernach zu

$$(25) \quad E' = LR \int_{\chi' - \frac{1}{2}\pi}^{\chi' + \frac{1}{2}\pi} \sigma_0 d\chi = \frac{LND}{\pi R^2} \sin 2(\psi + \chi');$$

sie ist also gleich Null für $2(\psi + \chi') = h\pi$, ein Extremum für $2(\psi + \chi') = \frac{1}{2}(2h - 1)\pi$.

Eine dritte spezielle Lage von besonderer Symmetrie entsteht, wenn die Zylinderachse senkrecht sowohl zur Haupt- als zu einer Nebenachse steht. Läßt man gleichzeitig die X - in die kristallographische Hauptachse fallen, so gilt das aus (20) durch zyklische Vertauschung folgende Wertsystem

$$(26) \quad \begin{cases} P_1 = 0, & -P_2 = d_{11}(Y_v - Z_v) + d_{14}Z_v, \\ & P_3 = d_{14}X_v + 2d_{11}Y_v. \end{cases}$$

Hier liefert die Drillung gemäß (18)

$$(27) \quad P_1 = 0, \quad -P_2 = \frac{2N d_{14} y}{\pi R^4}, \quad P_3 = 0;$$

es ist also

$$\alpha' = b' = \alpha'' = 0, \quad b'' = -\frac{2N d_{14}}{\pi R^4},$$

$$(28) \quad \varphi = \frac{N}{p^3} d_{14} \cos 2\chi, \quad \sigma_0 = \frac{N}{\pi R^3} d_{14} \cos 2\chi,$$

$$(29) \quad E' = \frac{LN}{\pi R^3} d_{14} \cos 2\chi'.$$

Die Orientierungen, für welche E' verschwindet, sind also durch $2\chi' = \frac{1}{2}(2h-1)\pi$ gegeben, diejenigen, für welche es Extremwerte annimmt, durch $2\chi' = h\pi$.

Erstrecken sich die Belegungen nicht über volle Quadranten, aber lassen sie nur an den Stellen, wo die Wirkung durch Null hindurchgeht, sehr kleine Lücken zwecks der nötigen gegenseitigen Isolation frei, so werden die erhaltenen Formeln (25) und (29) trotzdem anwendbar bleiben. Anders verhält sich die Sache, wenn die Belegungen beträchtlich schmaler oder gegen die soeben vorausgesetzte Lage etwas gedreht sind, wie das unten bei gewissen Beobachtungen zur Anwendung gebracht werden wird. Hier ist das vorstehende Berechnungsverfahren in Strenge gar nicht mehr anwendbar, denn dasselbe setzt ausdrücklich voraus, daß die *ganze* Oberfläche des Zylinders auf das Potential Null gebracht sei. Indessen wird man die Formel (25) bzw. (29) mit einem von der Breite der Belegungen abhängigen Faktor immer noch für die Bestimmung desjenigen Einflusses anwenden können, den die Orientierung des Belegungssystemes auf die influenzierte Ladung übt, und so die Symmetrieverhältnisse der Erregung feststellen. Für diesen Zweck, wo nur relative Messungen in Frage kommen, wird man auch nicht das umständlichere Verfahren der Kompensation durch den Curie-streifen anzuwenden brauchen, sondern sich allein auf die Beobachtung von Elektrometerausschlägen beschränken können.

4. Für die Beobachtungen standen uns zwei Zylinder aus Bergkristall in Orientierungen zur Verfügung, die oben als zweite und dritte bezeichnet sind.

Der erste Zylinder mit der Achse parallel einer kristallographischen Nebenachse hatte einen Durchmesser von 1,20 cm und die beträchtliche Länge von rund 16 cm; der zweite Zylinder mit der Achse normal zur Haupt- und einer Nebenachse hatte 1,09 cm Durchmesser und rund 13 cm Länge. Für die Drillung wurde der betreffende Zylinder vertikal aufgestellt und an dem oberen freien Ende einem Drehungsmoment ausgesetzt. Die Beobachtungen zerfielen je in zwei

Teile: eine Verifikation der *geometrischen Verhältnisse* der elektrischen Erregung, wie sie durch die Formeln (25) und (29) ausgedrückt werden, und eine Vergleichung des faktischen *Absolutwertes* der maximalen Erregung mit dem Resultat der Theorie.

Bei dem ersten Teile handelt es sich, wie schon oben angedeutet, um *relative* Bestimmungen der Influenzierung eines leitenden Quadrantensystemes, wenn dasselbe sukzessive in verschiedenen Orientierungen gegen die transversal zum Quarzzyylinder liegende kristallographische Hauptachse angebracht wurde. Zu diesem Zwecke wurde ein in vier Quadranten zerlegtes Messingrohr, dessen Teile durch Hartgummiringe zusammengehalten wurden, über den Zylinder gesteckt.



Fig. 1.

(Der Querschnitt ist in Fig. 1 wiedergegeben.) Dieses System ließ sich um den Zylinder drehen; ein am Zylinder fester Teilkreis gestattete die jeweilige Orientierung der Quadranten gegen die Richtung der auf einer Grundfläche markierten kristallographischen Hauptachsen abzulesen. Je zwei gegenüberliegende Quadranten waren leitend miteinander gekoppelt; das eine Paar wurde bei der Beobachtung geerdet, das andere

mit dem Faden eines Edelmannschen Elektrometers verbunden, welches wiederholt durch eine Krügerbatterie graduiert wurde. Bei der gewählten Anordnung sind die piezoelektrischen Effekte außerordentlich stark. Das geringe Drehungsmoment von $280 \text{ g} \times 6,7 \text{ cm}$, das natürlich an dem starken Zylinder eine ganz minimale Drilling bewirkte, lud bei der günstigsten Stellung der Quadranten am ersten Zylinder den Elektrometerfaden auf mehr als 25 Volt. Es bot keinerlei Schwierigkeit, den ganzen Verlauf der Erregung bei Drehung der Quadranten um den Zylinder zu verfolgen. Bei der Beobachtung wurde das Quadrantensystem sukzessive um den Quarzzyylinder gedreht und die jedesmalige Orientierung am Teilkreis festgestellt, dann das Drehungsmoment durch Belastung ausgeübt und der Ausschlag des Elektrometerfadens abgelesen. Diese Ablesungen wurden (gemäß der Graduierungstabelle des Elektrometers) auf Spannungen umgerechnet.

Für absolute Messungen sind drehbare Quadranten, die sich naturgemäß nicht ganz dicht an den Quarzzylinder anschmiegen können, ersichtlich nicht eine brauchbare Anordnung. Für die Verifikation der geometrischen Resultate der Theorie sind sie sehr bequem, besonders auch für die Bestimmung der Orientierung der maximalen piezoelektrischen Erregung, die ein Interesse besitzt, weil für sie beim ersten Zylinder das Verhältnis der beiden piezoelektrischen Moduln d_{11} und d_{14} des Bergkristalles maßgebend ist.

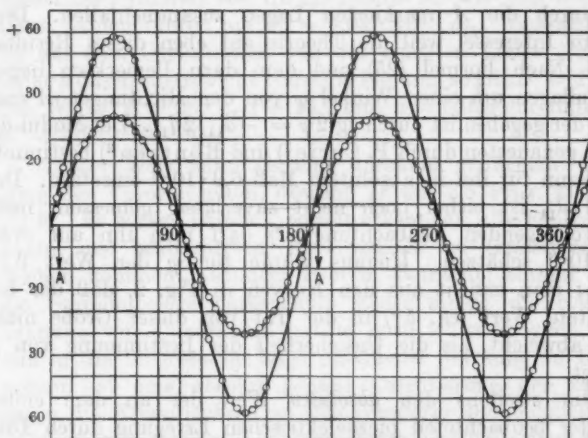


Fig. 2. Quarz Nr. 1 Drillung.

Die Erscheinung eignet sich sehr zur Demonstration in Vorlesungen über Kristallphysik, und die Firma Dr. Steeg & Reuter in Bad Homburg, die uns die Quarzzylinder und den Drillungsapparat geliefert hat, führt die Apparatur deshalb auch in ihrem neuen Preisverzeichnis.

Fig. 2 stellt zwei von Dr. Freedericksz am ersten Zylinder mit zwei verschiedenen Belastungen erhaltene Kurven für die Abhängigkeit der Ladungen von der Orientierung der Quadranten dar. Auf der Abszissenachse sind die Ablesungen an dem Teilkreis verzeichnet, der die Orientierung der Quadranten erkennen läßt; die Ordinaten geben die zugehörigen Spannungen in Volt. Die speziellen Stellungen,

wo die eine Quadrantenspalte in die Richtung der kristallographischen Hauptachse fiel, sind durch A bezeichnet. Naturgemäß ist die Bestimmung dieser Stellen weniger genau als diejenige der relativen Drehungen, da, wie gesagt, die Richtung der Hauptachse nur durch einen Strich auf der einen Endfläche des Zylinders markiert war; die Unsicherheit mochte etwa 2° betragen. Immerhin lassen die mitgeteilten Kurven außer der von der Theorie geforderten Vierteilung des Umfangs nach dem Gesetz (25) unzweifelhaft erkennen, daß die Nullstellen der piezoelektrischen Erregung nicht genau mit den durch die A markierten Lagen zusammenfallen. Dies hat ein Interesse, weil die Theorie auf eben dieses Resultat führt. Nach Formel (25) und dem dazu Bemerkten liegen die Nulllagen um einen Winkel ψ von den Richtungen A entfernt, der gegeben ist durch $\operatorname{tg} 2\psi = -d_{14}/2d_{11}$. Der Modul d_{11} ist am genauesten durch P. Curie¹⁾ und Röntgen²⁾ bestimmt; man kann für ihn in absolutem Maß $6,9 \cdot 10^{-8}$ einsetzen. Der Modul d_{14} ist bisher noch nicht zuverlässig gemessen; nach den vorliegenden Beobachtungen³⁾ darf man ihn auf etwa $1,7 \cdot 10^{-8}$ schätzen. Hieraus würde für ψ der Wert $3,5^\circ$ folgen; man ersieht aus den Kurven in Fig. 2, daß der beobachtete Wert (ca. 5°) in der Tat von dieser Größe nicht mehr abweicht, als die Unsicherheit der Bestimmung von χ' beträgt.

Um zweitens den absoluten Wert der an dem ersten Zylinder beobachteten piezoelektrischen Erregung durch Drilling mit dem Resultat der Theorie zu vergleichen, haben wir den Zylinder auf 11,9 cm seiner Länge mit Stanniolstreifen beklebt, die sich angenähert je von einer bis zur nächsten Nullstelle der Erregung erstreckten und so vier leitende Quadranten darstellten. An sie schlossen sich an den beiden Zylinderenden Schutzringe aus Stanniol. Die Streifen waren nach Auflötung feiner Zuleitungsdrähte mit einem Schellacküberzug versehen. Dem so armierten Zylinder war ein Curiescher Piezoquarz parallel entgegengeschaltet, von 13,5 cm belegter Länge bei 0,098 cm Dicke. Es wurden Belastungen an dem Zylinder und an dem Streifen aus-

1) *Mad. P. Curie, Traité de Radioactivité* 1. p. 98. 1910.

2) *W. C. Röntgen, Ann. d. Phys.* 41. p. 449. 1913.

3) *W. Voigt, Kristallphysik*, p. 869.

probiert, bei denen die an beiden Präparaten erzeugten Ladungen *gleich* waren, der Faden des Elektrometers also merklich in der Ruhelage verharrte. Ein solches Wertpaar war 142 g an dem Zylinder, 280 g an dem Streifen.

Für die maximal erregte Ladung auf zwei Quadranten des Zylinders liefert (25) die Formel $E' = 2 LND/\pi R^2$, wobei L die Länge der Quadrantenbelegung bezeichnet. $D = \sqrt{4 d_{11}^2 + d_{14}^2}$ ist für unsere Zwecke mit $2d_{11}$ praktisch gleich. Da der Hebelarm = 6,7 cm war, so hatte N den Wert 950. Der Durchmesser des Zylinders von 1,2 cm lieferte für πR^2 den Wert 1,13. Diese Zahlen führen auf $E' = 4,03 \cdot 10^4 \cdot d_{11}$. Bezeichnet E'' die auf dem Curistreifen von der belegten Länge l und der Dicke d durch ein Gewicht P erregte Ladung, so gilt $E'' = Pl d_{11}/d$. Die Werte $P = 280$ g, $l = 13,7$ cm, $d = 0,098$ cm führen auf $E'' = 3,92 \cdot 10^4 \cdot d_{11}$.

Dieser Wert kann als eine durchaus genügende Bestätigung der Theorie gelten, obwohl er um 2,5 Proz. kleiner ist als E' . Es wirken nämlich, soweit erkennbar, alle Fehlerquellen dahin, den beobachteten Wert von E'' zu *verkleinern*. Von solchen kommen besonders zwei in Betracht: einmal können die Stanniolbelege naturgemäß weder streng die *volle* Ausdehnung von Quadranten haben, noch ist es möglich, sie *genau* in die theoretische Lage maximaler Wirkung zu bringen; sodann ist eine absolut genaue Orientierung des Zylinders gegen die Kristallachsen an sich schwierig und möglicherweise durch unvermeidliche Inhomogenitäten innerhalb eines Kristallindividuums von so mächtigen Dimensionen (mehr als 16 cm Dicke!) prinzipiell ausgeschlossen. Da aber die vorausgesetzte Orientierung eine solche maximaler Erregung ist, so muß jeder Fehler herabdrückend wirken. Ein Überschlag zeigt, daß die beiden Umstände zusammen sehr wohl einen Einfluß von der Größenordnung der Differenz $E'' - E'$ üben können.

Es mag bemerkt werden, daß ein Quarzzyylinder in der von uns benutzten Orientierung recht gut statt des Curischen Streifens als konstante Elektrizitätsquelle benutzt werden kann. Er bietet gegenüber dem Streifen den Vorteil einer viel geringeren Zerbrechlichkeit; auch ist bei dem großen Querschnitt ein störender Einfluß der metallischen Belegung nicht zu befürchten. Stellt man die Belegungen durch Versilberung des Zylinders her, ihre Grenzen durch mit einem

Diamanten gezogene Linien, so wird man auch den Voraussetzungen der Formel (25) leicht sehr genau entsprechen können.

Mit dem zweiten Quarzzyylinder, dessen Achse normal zur Haupt- und einer Nebenachse lag, hat Dr. Fredericksz dieselben beiden Beobachtungsreihen ausgeführt, über die vorstehend bezüglich des ersten Zylinders berichtet ist. Wegen der geringeren Dimensionen des Zylinders wurde ein neues Quadrantensystem von der durch Fig. 1 angedeuteten Einrichtung hergestellt. Fig. 3 gibt in analoger Weise, wie Fig. 2

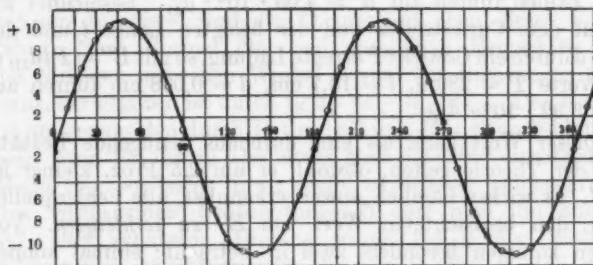


Fig. 3. Quarz Nr. 2 Drillung.

für den ersten Zylinder tat, die Resultate der relativen Messungen wieder. Die Verteilung des Zylinderumfangs bezüglich der piezoelektrischen Erregung und die Lagen der Extremwerte und Nullstellen entsprechen der Theorie, wobei zu bemerken, daß auf genaueste Orientierung der Kreisteilung der Quadranten zur optischen Achse hier kein besonderer Wert gelegt worden ist. Die viel geringere Stärke der Erregung des zweiten Zylinders gegenüber dem ersten bei dem gleichen Moment fiel auch ohne absolute Messung sofort auf und veranlaßte eine Einstellung des Elektrometers auf größere Empfindlichkeit.

Die absoluten Messungen hatten allerdings bei dem zweiten Zylinder geringere Zuverlässigkeit als bei dem ersten, da bei ihm Fehler in der Orientierung (die, wie oben gesagt, unter Umständen durch das Material notwendig bedingt sein können) viel mehr ins Gewicht fallen, als bei jenem. Läßt sich nun zwar die Ebene normal zur Hauptachse optisch recht genau festlegen, so versagen doch optische Hilfsmittel zur

Bestimmung einer speziellen Richtung in dieser Ebene vollkommen. Die Firma Steeg & Reuter gibt einen Fehler in dieser Ebene von $0,5^\circ$ gegen die Kristallform ausdrücklich zu, wozu noch die Möglichkeit unvollkommener Homogenität des Materiales kommt. Innerhalb der Äquatorebene ist nun aber die beim zweiten Zylinder vorausgesetzte Achsenrichtung diejenige eines außerordentlich spitzen Minimums der Erregbarkeit. Weicht die Zylinderachse um einen Winkel ζ aus der verlangten Richtung ab, so tritt nach der Theorie an Stelle von (29) die Formel

$$E' = \frac{LN}{\pi R^2} (d_{14} \cos 2\chi' - 2d_{11} \sin 3\zeta \sin 2\chi'),$$

und dies bedingt eine Vergrößerung der maximalen Erregung im Verhältnis $\sqrt{d_{14}^2 + 4d_{11}^2 \sin^2 3\zeta} : d_{14}$. Da nun d_{14}^2 zu $4d_{11}^2$ sich etwa wie 3:200 verhält, so sieht man, welche enorme Wirkung schon ein relativ kleiner Fehler ζ zu üben vermag. Es war also zu erwarten, daß die Messung der Erregung an dem zweiten Zylinder einen zu großen Wert von d_{14} liefert, mit einem Fehler, der viel beträchtlicher ist, als der bei der Bestimmung von d_{11} mit dem ersten Zylinder begangene. Trotz dieser Aussicht ist die Messung ausgeführt worden, und sie hat den Erwartungen entsprochen.

Für die absolute Bestimmung der Erregung wurde wieder eine Stanniolbelegung angebracht, deren Quadranten möglichst vollständig die Bereiche gleichartiger Oberflächenladungen bedeckten und beiderseits durch Schutzringe ergänzt wurden. Ihre Länge betrug 9 cm. Die Beobachtung geschah mit Hilfe des entgegengeschalteten Curieschen Streifens; es zeigte sich, daß eine Belastung von 500 g am Drillungsapparat durch eine solche von 151 g am Streifen kompensiert wurde. Die Formel (29) liefert für die auf zwei Quadranten von der Länge L maximal frei werdende Ladung $E' = 2L \frac{Nd_{14}}{\pi R^2}$ und die angegebenen Daten führen auf $E' = 6,47 \cdot 10^4 d_{14}$. Die auf dem Curiestreifen entwickelte Ladung $E'' = Pl\bar{d}_{11}/d$ findet sich bei $P = 151$ zu $2,11 \cdot 10^4 \cdot d_{11}$. Die Gleichsetzung ergibt $d_{14} = d_{11} \cdot 0,326$, woraus bei $d_{11} = 6,9 \cdot 10^{-9}$ folgt $d_{14} = 2,25 \cdot 10^{-9}$. Wie schon gesagt, übertrifft dieser Wert auch den größten durch direkte Beobachtung gefundenen (Pockels gibt $1,93 \cdot 10^{-9}$) erheblich. Immerhin stellt das Resultat nach dem zuvor Gesagten keinerlei Widerspruch mit der Theorie dar.

5. Die Werte der Spannungskomponenten innerhalb eines mit den Momenten L oder M um die X - oder Y -Achse gebogenen Kreiszylinders sind ¹⁾

$$(30) \quad \begin{cases} X_x = Y_y = Z_z = X_y = 0, \\ Z_x = -\frac{4Ly}{\pi R^4} \quad \text{oder} \quad = +\frac{4Mx}{\pi R^4}. \end{cases}$$

Verglichen mit den Formeln (17) zeigt dies, daß ein mit seiner Achse in die Kristallhauptachse fallender Kreiszylinder (erster Hauptfall) durch gleichförmige Biegung überhaupt nicht erregt wird. Ebenso läßt (20) erkennen, daß ein mit seiner Achse zu einer Nebenachse paralleler Kreiszylinder (zweiter Hauptfall) durch eine Biegung keine *transversalen* dielektrischen Momente P_1 und P_2 erhält, somit dabei auf der Mantelfläche keine Erregung zeigen kann.

Anders verhält sich ein Kreiszylinder mit einer Achse, die sowohl zur Haupt- als zu einer Nebenachse normal liegt (dritter Hauptfall). Die Kombination von (30) mit (26) liefert nämlich

$$(31) \quad P_1 = 0, \quad -P_2 = \frac{4d_{11}Ly}{\pi R^4} \quad \text{bzw.} \quad -\frac{4d_{11}Mx}{\pi R^4};$$

es ist also jetzt $a' = b' = 0$ und bzw. $a'' = 0$, $b'' = \frac{4d_{11}L}{\pi R^4}$ oder $a'' = -\frac{4d_{11}M}{\pi R^4}$, $b'' = 0$.

Dies gibt nach (12) die beiden Potentialwerte

$$(32) \quad \varphi_x = -\frac{2d_{11}L}{p^2} \cos 2\chi \quad \text{und} \quad \varphi_y = -\frac{2d_{11}M}{p^2} \sin 2\chi,$$

die der Biegung um die X - und um die Y -Achse entsprechen, und hieraus die Ausdrücke für die Ladungsdichte σ_0 in einer leitenden und auf dem Potential 0 gehaltenen Belegung des Zylinders

$$(33) \quad \sigma_{0x} = -\frac{2d_{11}L}{\pi R^2} \cos 2\chi, \quad \sigma_{0y} = -\frac{2d_{11}M}{\pi R^2} \sin 2\chi.$$

Dem entspricht für eine Quadrantenbelegung von der Länge l mit der Mitte bei χ' die Gesamtladung

$$(34) \quad E'_x = -\frac{2d_{11}lL}{\pi R^2} \cos 2\chi', \quad E'_y = -\frac{2d_{11}lM}{\pi R^2} \sin 2\chi'.$$

1) W. Voigt, Gött. Abh. 1887, p. 73; Kristallphysik, p. 628.

Die Winkel χ und χ' sind gegen die X-Achse gemessen, welche nach p. 150 mit der kristallographischen Hauptachse zusammenfällt. Erfüllen die Belegungen statt des vollen Quadranten einen kleineren Winkelraum, so kommen die Bemerkungen von p. 151 zur Geltung. Nach diesen Resultaten wirken die Biegungen durch Momente um die X- und um die Y-Achse — d. h. also in unserem Falle um die kristallographische Haupt- und eine Nebenachse — in bemerkenswerter Weise verschieden erregend; in dem *einen* Falle liegen die Extremwerte der Erregung eben da, wo sich im *anderen* die Nullwerte finden. Dabei sind die Extremwerte für beide Lagen einander gleich.

Eine Biegung durch ein Moment D um eine beliebige Achse, welche mit der X-Achse den Winkel ψ , mit der Y-Achse den Winkel $\frac{1}{2}\pi - \psi$ einschließt, kann durch Superposition der zwei Wirkungen von Momenten $L = D \cos \psi$ und $M = D \sin \psi$ dargestellt werden. Hier folgt eine Ladung

$$(35) \quad E' = -\frac{2d_{11}D}{\pi R^2} \cos(2\chi' - \psi),$$

welche ihre Extremwerte von der früheren Größe bei $2\chi' - \psi = h\pi$ annimmt. Die Möglichkeit der Anwendung von Momenten um verschiedene Querachsen gibt dem Problem der Biegung eine Mannigfaltigkeit, welche dem Drillungsproblem fehlt.

Zu den Biegebungsbeobachtungen wurde (da der erste Zylinder nach p. 158 auf Biegung nicht reagiert) ausschließlich der zweite benutzt, für dessen Erregung die Formeln (31) bis (35) gelten. Bei den Versuchen lag der Zylinder Z in zwei Gabeln G_1, G_2 von Hartgummi und trug an beiden Enden Fassungen F_1, F_2 , die in dünne axiale Messingdrähte D_1, D_2 ausliefen. In diese Drähte waren Rillen eingedreht für die Fäden, welche die Wirkung des belastenden Gewichtes P vermittelten. Vgl. die schematische Fig. 4 auf folgender Seite.

Die Einrichtung gestattete eine bequeme Drehung des Zylinders um seine Achse, zum Zweck ihn einem biegenden Moment um verschiedene Querachsen auszusetzen. Vor Aufsetzen der Fassungen war über den Zylinder das p. 156 erwähnte Quadrantensystem geschoben.

Die eine Hartgummischeibe am Ende der Quadranten trug eine Kreisteilung, die benachbarte Fassung F des Quarzzyinders einen Zeiger. Auf diese Weise ließen sich Drehungen des Quadrantensystemes um den Quarzzyylinder mit durchaus hinreichender Genauigkeit einstellen. Ebenso konnte, wenn die Quadranten festgehalten wurden, der Quarzzyylinder recht

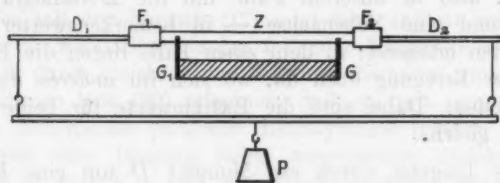


Fig. 4.

genau um einen bestimmten Winkel, insbesondere den durch die Formeln (34) an die Hand gegebenen Winkel von 90° gedreht werden. Eine genaue Orientierung der kristallographischen Hauptachse gegen die Achse des wirkenden Drehungsmomentes oder gegen den Nullpunkt der Quadrantenteilung war nicht vorgesehen; die hauptsächlich interessierenden Aussagen der Theorie: die Verteilung des Umfanges des Quarzzyinders bezüglich der elektrischen Erregung und die Drehung dieser Erregungsquadranten um 45° , wenn die Achse des Momentes um 90° gedreht wird, ließen sich ohne eine solche genaue Orientierung sicher prüfen.

Die Beobachtungen sind wiederum durch Dr. Fredericksz ausgeführt worden, unter Benutzung der p. 152 beschriebenen Hilfsmittel. Die Messungen zerfielen, analog wie die bei Drillung, in zwei Teile. Der erste Teil sollte die durch die Theorie signalisierten *geometrischen Verhältnisse* der Erregung durch Biegung verifizieren, der zweite eine Bestimmung des *absoluten Wertes* der maximalen Erregung liefern. Fig. 5 veranschaulicht die Resultate des ersten Teiles. Der Quarzzyylinder wurde erst mit ungefähr vertikaler Lage der kristallographischen Hauptachse in die Gabeln G_1 , G_2 gelegt, also einem Moment M um die Y-Achse ausgesetzt. Der Nullpunkt der Quadrantenteilung, der in die Ebene eines Spaltes zwischen Quadranten fiel, wurde auf den Zeiger gebracht und der bei Belastung eintretende Ausschlag des Elektro-

meterfadens abgelesen, dann das Quadrantensystem sukzessive gedreht, die Belastung und Ablesung wiederholt. Die Ausschläge wurden auf Spannungen umgerechnet und diese letzteren als Ordinaten zu den Drehungen als Abszissen eingetragen. So ist die Kurve $-o-o-$ in Fig. 5 entstanden. Nachdem der Nullpunkt der Quadrantenteilung wieder erreicht war, wurde der Quarzzyylinder um 90° gedreht und die eben beschriebene Beobachtungsreihe wiederholt. Sie lieferte die Kurve $- \oplus - \oplus -$ in der Figur. Beide Kurven

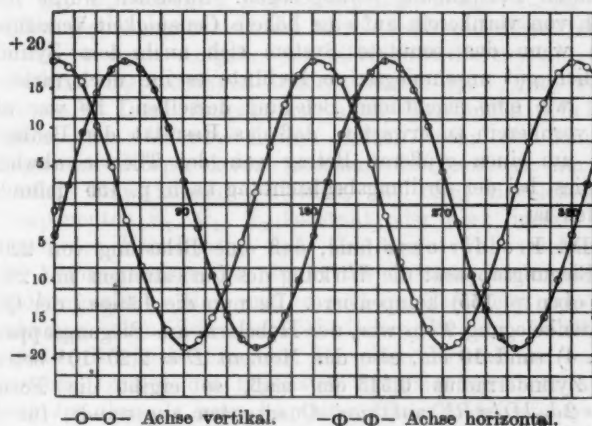


Fig. 5. Quarz Nr. 2 Biegung.

mit den sehr genau gleichen Amplituden entsprechen den Aussagen der Theorie. Dabei ist zu berücksichtigen, daß nach obigem der Nullpunkt der Abszisse einigermaßen willkürlich gelassen ist.

In bezug auf den zweiten Teil der Messungen, die absolute Bestimmung, kommen natürlich wiederum die Schwierigkeiten der richtigen Orientierung des Zylinders gegen die Kristallachsen in Betracht. Indessen verhält sich bezüglich der Biegung der zweite Zylinder analog wie der erste bezüglich der Drillung; seine Orientierung entspricht einem *Maximum* der Erregung durch Biegung, und dies Maximum ist unvergleichlich breiter als das Minimum, welches derselbe Zylinder bezüglich der Erregung durch Drillung liefert und

dessen Natur p. 162 ausführlicher besprochen ist. Es wird also der Fehler infolge unrichtiger Orientierung viel geringer sein.

Für die Bestimmung der absoluten Erregung wurde der Bequemlichkeit halber zunächst keine Stanniolbelegung des Zylinders benutzt. Bei dem Drillungszyylinder hatte sich gezeigt, daß solche ausgedehnten Belegungen mit feinem Zwischenraum sich nur schwierig gut gegeneinander isolieren lassen; deshalb wurde vorerst das bewegliche Quadrantensystem zur absoluten Bestimmung herangezogen. Natürlich wurde hierdurch von vornherein auf eine höhere Genauigkeit verzichtet; denn wenn das benutzte System sich auch dem Zylinder ziemlich gut anschmiegte, so berührte es ihn doch nicht so innig wie eine eigentliche Belegung desselben. Es war also von vornherein zu erwarten, daß das Resultat der Beobachtung um einen größeren Betrag von der Theorie abweiche, als dies bei der Drillungsbeobachtung nach p. 155 gefunden worden ist.

Dr. Fredericksz fand, daß eine Belastung von 220 g am Biegungsapparat die Wirkung des Curiestreifens mit 280 g (wie oben p. 155) kompensiere. Da nun die Länge l der Quadrantenbelegung 9 cm war, der Hebelarm am Biegungsapparat (Fig. 4) rund 10 cm, also das Moment $D = 2,20 \cdot 10^4$ betrug, der Zylinderradius 0,545 cm maß, so ergibt die Formel $E' = 2d_{11}lD/\pi R^2$, auf zwei Quadranten angewandt, für die durch Biegung maximal erregte berechnete Ladung $4,23 \cdot 10^4 d_{11}$; der beobachtete Wert, der durch die Belastung am Curiestreifen gemessen wird, ist nach p. 155 $3,92 \cdot 10^4 \cdot d_{11}$. Die Differenz entspricht nach Sinn und Größenordnung durchaus dem zu Erwartenden; sie gewährt zugleich ein Urteil darüber, inwieweit die beweglichen Quadranten den Voraussetzungen der Theorie von p. 158 entsprechen.

Eine weitere Messung mit aufgelegten Stanniolquadranten und Schutzringen lieferte das Wertepaar 201 g für den Zylinder, 280 g für den Curiestreifen. Die Rechnung ergibt als die theoretisch für den gebogenen Zylinder zu erwartende Ladung $3,87 \cdot 10^4 d_{11}$, was mit dem gemessenen $3,92 \cdot 10^4 \cdot d_{11}$ so nahe übereinstimmt, als irgend erwartet werden kann. Das Resultat der Theorie bezüglich der Biegung des Kreiszyinders kann also als vollständig bestätigt gelten.

7. Wie schon im Eingang bemerkt, hatten wir uns die Aufgabe gestellt, außer dem direkten auch den inversen Effekt bei Drillung wenigstens in einem Falle zum ersten Male quantitativ zu studieren. Es handelt sich da vor allem darum, die Formeln für den Vorgang vollständig zu entwickeln, und die Lage der Dinge bringt es mit sich, daß hierbei Biegung und Drillung gleichzeitig behandelt werden.

Die allgemeine Theorie der *piezoelektrischen Deformation* drückt die durch ein elektrisches Feld mit den Komponenten $\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \mathfrak{E}_3$ erzeugten Druckkomponenten $\mathfrak{X}_x, \dots, \mathfrak{X}_y$ durch lineäre Beziehungen zwischen diesen beiden Größenarten aus. Es bleibt dann Aufgabe der Elastizitätstheorie, die diesen Drucken entsprechenden Deformationen x_x, \dots, x_y zu berechnen.¹⁾ Diese Aufgabe ist unter Umständen sehr kompliziert; sie wird aber höchst einfach, wenn der dem Feld ausgesetzte Körper keinen mechanischen, sondern nur elektrischen Einwirkungen unterliegt, und dazu die elektrischen Komponenten $\mathfrak{E}_1, \mathfrak{E}_2, \mathfrak{E}_3$ konstant oder aber lineäre Funktionen der Koordinaten sind. In diesem Falle stellen sich die Deformationsgrößen direkt als lineäre Funktionen der Feldkomponenten dar, und es sind die Parameter dieser Beziehungen eben jene piezoelektrischen Moduln, welche den direkten Effekt bestimmen. Für einen Kristall der enantiomorphenen Gruppe des trigonalen Systemes wird bei Anwendung des oben als *ersten* benutzten Hauptkoordinatensystemes einfach

$$(36) \quad \begin{cases} x_x = d_{11} \mathfrak{E}_1, & y_y = -d_{11} \mathfrak{E}_1, & z_z = 0, \\ y_z = d_{14} \mathfrak{E}_1, & z_z = -d_{14} \mathfrak{E}_2, & x_y = -2d_{11} \mathfrak{E}_2. \end{cases}$$

Ist das Feld die Wirkung elektrischer Ladungen außerhalb des piezoelektrisch wirksamen Körpers, dann muß es ein Potential Φ besitzen, welches innerhalb des Körpers die Bedingung $\Delta \Phi = 0$ erfüllt. Handelt es sich speziell um unseren Kreiszylinder mit zur Z-parallelen Achse und ein Feld normal zu Z und unabhängig von z , so wird diese Gleichung zu

$$(37) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0.$$

1) W. Voigt, Kristallphysik, p. 901 u. f.

Der allgemeinste dieser Beziehung und zentrischer Symmetrie entsprechende Ansatz für Φ , der auf in x und y lineäre Ausdrücke für die Feldkomponenten führt, ist

$$(38) \quad \Phi = \frac{1}{2} (A(x^2 - y^2) + 2Bxy) = \frac{1}{2} p^2 (A \cos 2\chi + B \sin 2\chi);$$

schreibt man für die Parameter A und B

$$(39) \quad A = C \cos 2\omega, \quad B = C \sin 2\omega,$$

so erhält man

$$(40) \quad \Phi = \frac{1}{2} C p^2 \cos 2(\chi - \omega),$$

und man erkennt, daß die Extremwerte von Φ auf den Kreisen $p = \text{Konst.}$ bei $2(\chi - \omega) = n\pi$ liegen. Für die Komponenten nach den Koordinatenachsen folgt

$$(41) \quad -\mathfrak{E}_1 = Ax + By, \quad -\mathfrak{E}_2 = Bx - Ay, \quad -\mathfrak{E}_3 = 0,$$

und für die Komponente normal zur Z -Achse bei Benutzung von (40) direkt

$$(42) \quad -\mathfrak{E}_p = Cp \cos 2(\chi - \omega).$$

Die letztere Komponente hat ihre Extremwerte auf demselben Radius wie Φ .

Weiter sind die allgemeinsten Ausdrücke für die Deformationsgrößen, welche einem von z unabhängigen elastischen Zustand des am Umfang freien Zylinders entsprechen¹⁾,

$$(43) \quad \begin{cases} x_z = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad y_z = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad z_z = g_1 x + g_2 y + g_3, \\ y_z = \frac{\partial W}{\partial y} + h x, \quad z_z = \frac{\partial W}{\partial x} - h y, \quad x_y = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}. \end{cases}$$

Dabei mißt g_3 die lineäre Dilatation in der Z -Achse; g_1 und g_2 sind die reziproken Krümmungsradien der Kurve, nach der die ursprünglich in die Z -Achse fallende materielle Linie bzw. die Zylinderachse in der XZ - bzw. der YZ -Ebene gebogen wird, h ist die Drillung der Längseinheit des Zylinders. Um diese Größen handelt es sich für uns in erster Linie, da sie die beobachtbaren Veränderungen des Zylinders darstellen.

U, V, W sind Funktionen von x und y , die durch die allgemeine Forderung der Unabhängigkeit des elastischen Zustandes von z nicht bestimmt werden. Sind aber, wie in

1) W. Voigt, Gött. Abh. 1887, p. 59; Kristallphysik, p. 626.

unserem Falle, $x_x \dots x_y$, speziell als lineäre Funktionen von x und y gegeben, so genügt man den Formeln (43), sowie den Bedingungen der Befestigung durch Ansätze von der Form

$$(44) \quad U = \frac{1}{2} a_1 x^2 + b_1 x y + \frac{1}{2} c_1 y^2, \dots$$

Indessen haben die Parameter a_h, b_h, c_h für uns keinerlei Interesse. Von den Gleichungen (36), welche der ersten oder Hauptlage des Achsenkreuzes entsprechen, nehmen hiernach die dritte bis fünfte die Form an

$$(45) \quad \begin{cases} O = g_1 x + g_2 y + g_3, & -(Ax + By)d_{14} = (b_3 + h)x + c_3 y, \\ & -(Ay - Bx)d_{14} = (b_3 - h)y + a_3 x. \end{cases}$$

Aus ihnen ergeben sich g_1, g_2, g_3 und h zu Null; der, wie angenommen, mit seiner Achse parallel der Kristallhauptachse orientierte Zylinder erfährt durch das angenommene transversale Feld also weder Biegung, noch Dehnung, noch Drillung.

Für die zweite Lage des Zylinders, bei der die Längsachse in einer Nebenachse, die Y - in der Kristallhauptachse liegt, tritt an Stelle von (36) das System

$$(46) \quad \begin{cases} x_x = -d_{11}\mathfrak{E}_3, & y_y = 0, & z_z = d_{11}\mathfrak{E}_3, \\ y_z = -d_{14}\mathfrak{E}_1, & z_x = -2d_{11}\mathfrak{E}_1, & x_y = d_{14}\mathfrak{E}_3. \end{cases}$$

Hiervon liefert die dritte bis fünfte Formel nach (41) und (43)

$$(47) \quad \begin{cases} O = g_1 x + g_2 y + g_3; & d_{14}(Ax + By) = (b_3 + h)x + c_3 y, \\ & 2d_{11}(Ax + By) = (b_3 - h)y + a_3 x. \end{cases}$$

Auch bei dieser Orientierung verschwinden g_1, g_2, g_3 , erleidet der Zylinder also weder Biegung noch Dehnung. Dagegen folgt für h

$$b_3 + h = d_{14}A, \quad b_3 - h = 2d_{11}B,$$

somit

$$(48) \quad 2h = d_{14}A - 2d_{11}B;$$

es tritt also eine Drillung ein.

Für dritte Lage endlich gilt statt (36)

$$(49) \quad \begin{cases} x_x = 0, & y_y = d_{11}\mathfrak{E}_2, & z_z = -d_{11}\mathfrak{E}_2, & y_z = -2d_{11}\mathfrak{E}_3, \\ & z_x = d_{14}\mathfrak{E}_2, & x_y = -d_{14}\mathfrak{E}_3. \end{cases}$$

Hiermit liefert die dritte bis fünfte Formel

$$(50) \quad \begin{cases} -d_{11}(Ay - Bx) = g_1x + g_2y + g_3, & 0 = (b_3 + h)x + c_3y, \\ d_{14}(Ay - Bx) = (b_3 - h)y + a_3x, \end{cases}$$

somit also

$$(51) \quad g_1 = Bd_{11}, \quad g_2 = -Ad_{11}, \quad g_3 = 0, \quad 2h = d_{14}A.$$

Demgemäß treten bei dieser dritten Orientierung des Zylinders Biegungen nach beiden Koordinatenebenen ein, daneben eine Drillung um die Längsachse. Dagegen fehlt abermals die Längsdehnung.

Es mag besonders darauf aufmerksam gemacht werden, daß die Parameter A und B gemäß (41) nur allein durch das auf den Zylinder wirkende elektrische Feld bestimmt sind; der Radius des Zylinders tritt in den Ausdrücken (48) und (51) für Biegung und Drillung gar nicht auf: *dasselbe Feld* bewirkt also an dickeren und an dünneren Zylindern *dieselben Biegungen und Drillungen*. Dies zunächst paradox erscheinende Resultat wird verständlich, wenn man beachtet, daß nach (41) das vorausgesetzte Feld mit dem Abstand von der Zylinderachse linear zunimmt, daß also, wenn man von dünneren zu dickeren Zylindern übergeht, die hinzutretenden äußeren Schichten *gesteigerte* Einwirkungen erfahren. Daß unter Umständen dünnere Zylinder auch noch absolut stärkeren Feldern ausgesetzt werden können als dickere, und für sie dann die A und B größere Werte erhalten, mag beiläufig erwähnt werden.

8. Vergleicht man die Resultate (48) und (51) mit den in (23), (28) und (33) enthaltenen, so tritt die Reziprozität der piezoelektrischen Erregung und Deformation anschaulich hervor. In der ersten Hauptlage gibt weder Drillung noch Biegung eine nach außen wirksame piezoelektrische Erregung; demgemäß bewirkt auch das zentrisch symmetrische Feld weder Biegung noch Drillung. In der zweiten Hauptlage ist Drillung piezoelektrisch wirksam, Biegung nicht, und demgemäß wird der Zylinder durch das Feld zwar gedreht, aber nicht gebogen. In der dritten Hauptlage wirkt sowohl Drillung als Biegung erregend, und parallelgehend ruft das Feld Drillung und Biegung hervor.

Dabei werden die sich entsprechenden Effekte auch durch dieselben Moduln gemessen, und es stimmen die Richtungen

größter piezoelektrischer Erregung mit denjenigen größter Feldwirkung überein.

So ist z. B. für die zweite Hauptlage nach (29) die influenzierte Oberflächendichte

$$(52) \quad \sigma_0 = -\frac{N}{\pi R^2} (d_{14} \cos 2\chi - 2d_{11} \sin 2\chi)$$

und nach (48) die spezifische Drillung

$$(53) \quad h = \frac{1}{2} A d_{14} - B d_{11} = \frac{1}{2} C (d_{14} \cos 2\omega - 2d_{11} \sin 2\omega).$$

Bei $d_{14} = -D \sin 2\psi$, $2d_{11} = D \cos 2\psi$ gibt dies auch

$$(54) \quad \sigma_0 = \frac{ND}{\pi R^2} \sin 2(\psi + \chi), \quad h = \frac{1}{2} CD \sin 2(\psi + \omega).$$

Demgemäß liefern dieselben Werte von χ und von ω die Extremwerte für σ_0 und h .

Denkt man das Feld durch eine Ladungsverteilung außerhalb des Zylinders hervorgebracht, so muß diese, der Formel (40) entsprechend, auf jeden Kreis $p = \text{konst.}$ einmal das Vorzeichen wechseln und ihre Maxima bei $\chi = \omega + \frac{1}{2} n\pi$ haben.

Maximale Drillung stellt sich ein, wenn

$$2(\psi + \omega) = -\frac{2n+1}{2}\pi$$

ist. Setzen wir den Wert $2(\psi + \omega) = -\frac{1}{2}\pi$ voraus, dann ist

$$(55) \quad 2h = CD \text{ und } \mathfrak{E}_p = Cp \sin 2(\chi + \psi).$$

Ein positives C würde bei $2(\chi + \psi) = +\frac{1}{2}\pi$ positives, bei $2(\chi + \psi) = -\frac{1}{2}\pi$ negatives \mathfrak{E}_p ergeben, also in der ersten Richtung eine negative, in der zweiten eine positive Ladung verlangen. Für σ_0 würde bei positivem N die Formel (52) im ersten Falle ein negatives, im zweiten Falle ein positives Vorzeichen liefern. Hieraus ergibt sich, daß ein Drehungsmoment N in jedem leitenden Quadranten eine gebundene Ladungsdichte σ_0 liefern würde von gleichen Vorzeichen, wie diejenige, welche eine mit N gleichsinnige Drillung bewirken würde. Da σ_0 das entgegengesetzte Vorzeichen hat, wie die in der leitenden Belegung frei werdende Ladung, so entspricht das vorstehende Resultat der für die einfachen Fälle homogener Deformation von Lippmann ausgesprochenen Regel.

9. Um ein Feld von der oben vorausgesetzten Gesetzmäßigkeit hervorzubringen, haben wir vier zylindrische Drähte von einer etwas geringeren Länge als die beobachteten Quarzzylinder, durch zwei Hartgummiringe zu einem System von quadratischer Symmetrie zusammengefaßt und dieses über den Quarzzylinder geschoben. Den Querschnitt der so erhaltenen Anordnung zeigt die Fig. 6. Die vier Drähte waren abwechselnd mit dem $+$ - und dem $-$ -Pol einer Influenzelektrisiermaschine verbunden.

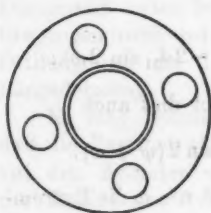


Fig. 6.

Bei Bestimmung des durch diese Anordnung in dem Quarzzylinder bewirkten Feldes ist die dielektrische Influenzierung des Zylinders in Rechnung zu setzen; doch genügt es, den Quarzkristall hierfür als *dielektrisch isotrop* zu betrachten.

Für die Behandlung des Problems der Feldberechnung gehen wir aus von der Aufgabe der Influenzierung eines Kreiszylinders durch vier geladene Gerade, die (wie oben

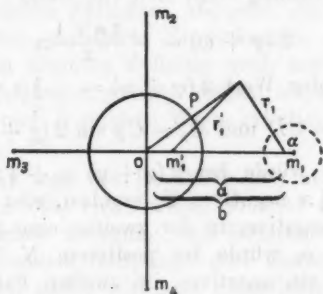


Fig. 7.

die Drähte) in vierzähliger Symmetrie, und zwar je im Abstand a von der Zylinderachse, angeordnet sind (vgl. Fig. 7). Die Ladung der Längeneinheit sei gleich m , die Dielektrizitätskonstante des Zylinders gleich ϵ . Dann findet man nach bekannten Methoden für dieses Potential der vier geladenen Geraden und der durch sie influenzierten Ladungen im Innern des Kreiszylinders den Ausdruck

$$(56) \quad \Phi_i = -\sum m_k \left(\frac{s-1}{s+1} \ln a^2 + \frac{2}{s+1} \ln r_k^2 \right),$$

im Außenraum aber

$$(57) \quad \Phi_a = -\sum m_k \left(\ln r_k^2 + \frac{s-1}{s+1} \ln \frac{p^2}{r_k^2} \right).$$

Dabei bezeichnet r_k den Abstand des Aufpunktes in der XY -Ebene von dem durch eine der Geraden gegebenen Pol m_k , und r_k' den Abstand vom Spiegelpunkt des Poles m_k in der Kreislinie vom Radius R . p ist, wie früher, der Radiusvektor nach dem Kreismittelpunkt. Die Summe \sum ist über alle vier Pole 1, 2, 3, 4 zu nehmen. Da nun $\sum m_k = 0$ ist, so ergibt sich, wenn man m weiter als absolute Größe rechnet,

$$(58) \quad \Phi_i = -\frac{2m}{s+1} \ln \frac{r_1^2 r_2^2}{r_3^2 r_4^2}, \quad \Phi_a = -m \left(\ln \frac{r_1^2 r_2^2}{r_3^2 r_4^2} - \frac{s-1}{s+1} \ln \frac{r_1'^2 r_2'^2}{r_3'^2 r_4'^2} \right).$$

In dem durch Φ_a bestimmten äußeren Felde lassen sich dann vier Kreiszylinder um die vier geladenen Geraden angeben, längs deren je Φ_a konstant ist. Betrachtet man die Radien R' dieser Zylinder als Größen erster Ordnung neben den Abständen a , dann liegen die Zylinderachsen um Beträge $a = R'^2/a$ weiter vom Mittelpunkte 0 des Systemes ab, als die zur Konstruktion der Lösung benutzten Pole. Werden also die Abstände der Achsen der Drähte von der Achse des Quarzzylinders mit b bezeichnet, so ist $b = a + a = a + R'^2/a$, woraus bei gegebenem b in genügender Annäherung folgt $a = b(1 - R'^2/b^2)$. Für die Potentialwerte an der Oberfläche der Drähte ergibt sich gleichzeitig

$$(59) \quad \bar{\Phi}_a = \pm m \ln \frac{a^2}{R'^2},$$

wodurch nun m mit Hilfe der Potentialwerte und der geometrischen Verhältnisse des Systemes ausgedrückt ist.

Um Φ_i in eine uns bequeme Form zu bringen, wenden wir für die $\ln r_k^2$ die Reihenentwicklung (4) an und erhalten

$$(59) \quad \Phi_i = -\frac{2}{s+1} \sum m_k \left[\ln a^2 - 2 \sum \frac{1}{h} \left(\frac{p}{a} \right)^h \cos h \left(\chi - \frac{k-1}{2} \pi \right) \right],$$

wobei die Summe \sum wieder über $k = 1, 2, 3, 4$ zu nehmen ist.

Die ersten Glieder dieser Reihe, welche nicht verschwinden, sind die für $h = 2$ und $h = 6$. Demgemäß wird

$$(60) \quad \Phi_i = + \frac{8m}{s+1} \left[\left(\frac{p}{a} \right)^2 \cos 2\chi + \frac{1}{3} \left(\frac{p}{a} \right)^6 \cos 6\chi + \dots \right].$$

Ist das System der vier Pole um den Winkel ω gegen das XY-Kreuz gedreht, so kommt nur statt des Vorstehenden

$$(61) \quad \Phi_i = + \frac{8m}{s+1} \left[\left(\frac{p}{a} \right)^2 \cos 2(\chi - \omega) + \frac{1}{3} \left(\frac{p}{a} \right)^6 \cos 6(\chi - \omega) + \dots \right].$$

Das erste Glied dieser Reihe stimmt mit dem Ansatz (40) überein, der p. 164 der Rechnung zugrunde gelegt ist. Das zweite Glied hat eine Form, deren Behandlung ungleich komplizierter sein würde; indessen fällt sein Einfluß schon deshalb wenig ins Gewicht, weil $\cos 6(\chi - \omega)$ dreimal so oft sein Vorzeichen wechselt als $\cos 2(\chi - \omega)$. Für eine bloße Abschätzung der Größenordnung kann man sich unbedenklich auf die Benutzung des ersten Gliedes beschränken. Dann entsteht der Ansatz (40) mit dem Parameterwert

$$(62) \quad C = + \frac{16m}{(s+1)a^2},$$

während m sich durch die Potentialdifferenz V zwischen den benachbarten Drähten des Systemes Fig. 6 bestimmt, gemäß

$$(63) \quad V = 2m \ln \frac{a^2}{R'^2}.$$

Somit ist

$$(64) \quad C = + \frac{8V}{(s+1)a^2 \ln(a^2/R'^2)}$$

10. Ein Zylinder, nach der zweiten Hauptlage orientiert, gibt nach (55) einen maximalen Wert der spezifischen Drillung gleich $\frac{1}{2}CD$, wobei $D = \sqrt{(2d_{11})^2 + d_{14}^2}$ und $= 14 \cdot 10^{-8}$ gesetzt werden darf. Bezeichnet l die benutzte Länge des Zylinders, so ergibt sich die gesamte relative Drillung ϑ der beiden Endquerschnitte

$$(65) \quad \vartheta = hl = \frac{28lV \cdot 10^{-8}}{(s+1)a^2 \ln(a/R')}.$$

In unserem Falle war die Länge der Konduktordrähte 14 cm, ihr Durchmesser $2R' = 4,2$ mm, der Abstand $2b = 17$ mm,

sonach $a = 8,1$ mm. Für $\varepsilon + 1$ kann man den Wert 5,5 annehmen. Die Beobachtung der Drillung geschah mit Spiegel und Skala in der gegenseitigen Entfernung von 450 cm.

Bei den Versuchen wurde zuerst zugehoben, ob eine Bewegung der Skala wahrzunehmen wäre, wenn die Influenzmaschine dauernd im Gang gehalten und die Entladung durch Funken zwischen den in unveränderlicher Entfernung befindlichen Konduktoren hervorgerufen wurde. Hier war die Erscheinung undeutlich, offenbar deswegen, weil die Wiederaufladung zu schnell geschah. Dagegen lieferte die von Hrn. Röntgen angewandte Methode, die Konduktoren der Influenzmaschine abwechselnd voneinander zu entfernen und zur Berührung zu bringen, ein befriedigendes Ergebnis. Während die Entladungsfunken bei etwa 4 mm Abstand zwischen den Kugeln von rund 1 cm Durchmesser übersprangen, ließen sich Verschiebungen v der Skala im Betrage von etwa 0,4 mm wahrnehmen. Die Berechnung nach der obigen Formel für $v = \vartheta \cdot 900$ cm ergibt, wenn man $V = 15000$ Volt = 50 absolute Einheiten annimmt, etwas mehr als 0,3 mm. Die Bestätigung der Theorie erscheint wiederum befriedigend.

Daß hier der beobachtete Wert etwas größer ist als der berechnete, beruht wohl zum Teil darauf, daß die obige theoretische Betrachtung nur eine Annäherung liefert, insbesondere von der Reihe in (61) bei der Berechnung nur das erste Glied benutzt ist und die folgenden nicht völlig zu vernachlässigen sind. Ferner kann von Einfluß sein, daß die Konduktordrähte in der benutzten Anordnung nicht nur auf das Bereich des Quarzzyinders wirken, dem sie unmittelbar benachbart sind, sondern mit ihren Enden, die überdies stärkere Ladungen tragen als die übrigen Teile, über jenes Bereich hinaus ein Feld geben; hierdurch würde l in (65) mit 14 cm zu klein eingesetzt sein.

11. Die Kleinheit der elektrischen Deformation bei unserer Anordnung, welche die *günstigsten* Verhältnisse benutzte, macht es einigermaßen verwunderlich, daß Hr. Röntgen nach seinem Bericht die entsprechende Wirkung bei einem Quarzstab beobachten konnte, wo sie nur infolge einer Fehlerquelle aufgetreten ist. Da die Orientierung der von Hrn. Röntgen benutzten Zylinder sich infolge des Versagens optischer Hilfs-

mittel kaum feststellen läßt, so ist es auch nicht möglich, die Größe der Drehung, die bei seinen Versuchen als reguläre Wirkung aufgetreten sein müßte, einigermaßen streng zu berechnen. Indessen will ich eine Vorstellung von dem nach der Theorie Wahrscheinlichen geben, indem ich den Fall eines Zylinders verfolge, der mit seiner Achse in der Ebene durch die Haupt- und eine Nebenachse, wo die Wirkung sich am stärksten geltend macht, um einen kleinen Winkel ϑ aus der ersten Richtung abweicht. Die Bestimmung der Größenordnung der hier zu erwartenden Drillung kann zu einer indirekten Bestätigung der Theorie dienen.

Für ein Koordinatensystem, das durch Drehung um die Y-Achse um ϑ aus dem Hauptsystem von p. 149 entsteht, lauten die Ausdrücke für die Momente, falls man $\cos \vartheta = c$, $\sin \vartheta = s$ setzt:

$$(66) \quad \begin{cases} -P_1 = d_{11} c^3 X_x - d_{11} c Y_y + d_{11} c s^2 Z_z + d_{14} c^2 Y_x \\ \quad \quad \quad + 2 d_{11} c^2 s Z_x - d_{14} c s X_y, \\ -P_2 = d_{14} s c X_x \quad \quad \quad - d_{14} s c Z_x - 2 d_{11} s Y_x \\ \quad \quad \quad - d_{14} (c^2 - s^2) Z_x - 2 d_{11} c X_y, \\ -P_3 = d_{11} c^2 s X_x - d_{11} s Y_y + d_{11} s^3 Z_z + d_{14} s c Y_x \\ \quad \quad \quad + 2 d_{11} s^2 c Z_x - d_{14} s^2 X_y. \end{cases}$$

Zieht man die Formeln (18) heran und benutzt das Schema (9), so findet sich

$$(67) \quad \begin{cases} a' = -\frac{2 N c^3 d_{14}}{\pi R^4}, & b' = -\frac{4 N c^3 s d_{11}}{\pi R^4}, \\ a'' = -\frac{4 N s d_{11}}{\pi R^4}, & b'' = +\frac{2 N (c^2 - s^2) d_{14}}{\pi R^4}, \end{cases}$$

und dies gibt für die Dichte σ_0 nach (16)

$$(68) \quad \sigma_0 = \frac{N}{\pi R^2} [s^2 d_{14} \cos 2\chi - 2s(1 + c^2) d_{11} \sin 2\chi].$$

Vergleicht man dies mit (23), so zeigt sich bei kleinem ϑ und Vernachlässigung des ersten kleinen Gliedes, daß hier σ_0 im Verhältnis von 2:1 gegen den dortigen Wert verkleinert ist. Nimmt man etwa an, daß der von Hrn. Röntgen benutzte

Zylinder um 3° aus der Achse abgewichen ist, so gelangt man dazu, daß bei ihm unter sonst gleichen Umständen die piezoelektrische Erregung rund $\frac{1}{10}$ von der von uns beobachteten maximalen darstellen würde.

Die Formeln für die elektrische Deformation nehmen die Gestalt an

$$(69) \quad \begin{cases} x_s = d_{11}c^2\mathfrak{E}_1 + d_{14}sc\mathfrak{E}_2 + d_{11}c^2s\mathfrak{E}_3, \\ y_s = -d_{11}c\mathfrak{E}_1 - d_{11}s\mathfrak{E}_3, \\ z_s = d_{11}cs^2\mathfrak{E}_1 - d_{14}sc\mathfrak{E}_2 + d_{11}s^3\mathfrak{E}_3, \\ y_z = d_{14}c^2\mathfrak{E}_1 - 2d_{11}s\mathfrak{E}_2 + d_{14}sc\mathfrak{E}_3, \\ z_x = 2d_{11}c^2s\mathfrak{E}_1 - d_{14}(c^2 - s^2)\mathfrak{E}_2 + 2d_{11}s^2c\mathfrak{E}_3, \\ x_y = -d_{14}cs\mathfrak{E}_1 - 2d_{11}c\mathfrak{E}_2 - d_{14}s^2\mathfrak{E}_3. \end{cases}$$

Führt man gemäß (41) wieder ein

$$-\mathfrak{E}_1 = Ax + By, \quad -\mathfrak{E}_2 = Bx - Ay, \quad -\mathfrak{E}_3 = 0,$$

so treten an Stelle der letzten beiden Formeln (47) die folgenden

$$\begin{aligned} -d_{14}c^2(Ax + By) + 2d_{11}s(Bx - Ay) &= (b_3 + h)x + c_3y, \\ -2d_{11}c^2s(Ax + By) + d_{14}(c^2 - s^2)(Bx - Ay) &= (b_3 - h)y + a_3x, \end{aligned}$$

woraus folgt

$$2h = -d_{14}s^2A + 2d_{11}s(1 + c^2)B.$$

Betrachtet man das in B multiplizierte Glied als das überwiegende, dann besteht für kleines ϑ zwischen der Drillung bei dem jetzt vorausgesetzten Stab und der durch (48) gegebenen und von uns beobachteten dasselbe Verhältnis $2s:1$, wie zwischen den piezoelektrischen Erregungen. Nimmt man wieder $\vartheta = 3^\circ$ an, so würde auch wieder das Zahlenverhältnis $1:10$ resultieren.

Dieses in beiden Fällen gefundene Verhältnis überrascht zunächst durch seine Größe; man sollte so nahe an der Orientierung gänzlich fehlender Wirkung wohl einen geringeren Effekt erwarten. Der große Wert ist in der Tat auch durchaus an die vorausgesetzte Ebene durch Haupt- und Nebenachse

gebunden, wo die Veränderlichkeit in der Nähe der Hauptachse mit $\sin \theta$ proportional ist; in einer dazu normalen Ebene z. B. würde eine Proportionalität mit $\sin^2 \theta$ stattfinden, der Effekt also bei $\theta = 3^\circ$ unmerklich sein.

Der (zusammengesetzte) Quarzstab, den Hr. Röntgen benutzt hat, besaß die Länge von 18 cm, etwas mehr, als diejenige des uns zur Verfügung stehenden, und er ist vielleicht in einem etwas größeren Teil seiner Länge ausgenutzt worden. Seine Dicke war geringer (0,71 bzw. 0,76 cm Durchmesser statt 1,2 cm), und da die Ladungen direkt an der Oberfläche angebracht waren, so war die Größe a in der Formel (65) kleiner.

Für eine strenge Berechnung des elektrischen Feldes, das Hr. Röntgen anwandte, fehlen die Unterlagen. Vertauscht man aber für die Rechnung die von ihm benutzten schmalen aufgeklebten Stanniolstreifen mit Drähten von 1 mm Durchmesser, so ist $a/R' = 7,4$ und $\ln(a/R') = 2$ ca. Für V folgt aus Hrn. Röntgens Angaben etwa 4700 Volt, d. h. rund 16 cm/gr/sec. Die Beobachtung geschah aus 3 m Entfernung. Faßt man dies alles zusammen, so sollte man eine Bewegung der Skala erwarten, die *sehr beträchtlich* kleiner gewesen sein müßte, als die von uns unter günstigsten Umständen erzielte. Es müssen demnach zufällige Umstände überaus glücklich zusammengewirkt haben, um die wahrgenommenen Verschiebungen um Bruchteile eines Millimeters (selbst für die einzelne Stabhälfte!) zu bewirken.

In jedem Falle erscheint die vorstehende quantitative Untersuchung und Bestätigung der Theorie keineswegs überflüssig.

Ergebnisse.

1. Es ist die Theorie der piezoelektrischen Erregung eines Kreiszylinders aus einem Kristall der enantiomorphen Gruppe des trigonalen Systemes (Quarz) durch Drillung für die drei Hauptfälle, daß die Zylinderachse entweder in die kristallographische Hauptachse, oder in eine Nebenachse, oder in eine zu beiden normale Richtung fällt, bis zur Aufstellung der Gesetze für die beobachtbaren Erscheinungen entwickelt.

2. Die Resultate sind in den allein wirksamen zwei letzten Hauptfällen mit der Beobachtung verglichen worden, einerseits bezüglich der Symmetrieverhältnisse der Erregung, andererseits bezüglich deren absoluten Beträgen. Die Symmetrieverhältnisse erwiesen sich durchaus der Theorie entsprechend. Die absolute Erregung fand sich bei dem zweiten Hauptfall mit den besten Bestimmungen des dafür charakteristischen Moduls d_{11} in guter Übereinstimmung; in dem dritten Hauptfall ergab sich gegen die bisherigen sehr unsicheren Bestimmungen des maßgebenden Moduls d_{14} eine größere Differenz. Die genaue Untersuchung machte sehr wahrscheinlich, daß dieselbe auf einem kleineren Fehler der Orientierung des benutzten Präparates beruht, da bei dem dritten Hauptfall eine kleine Abweichung von der richtigen Orientierung einen enormen Einfluß in eben dem beobachteten Sinne hat.

3. Es ist die Theorie der piezoelektrischen Erregung durch gleichförmige Biegung mittels eines Momentes um eine Querrichtung für die vorigen drei Fälle entwickelt worden. Dabei erwies sich nur der dritte Fall piezoelektrisch wirksam, und zwar in einer mit der Orientierung der Momentenachse in sehr merkwürdiger Weise wechselnden Art. Die Beobachtung bestätigte dieses letztere Resultat und lieferte auch bezüglich des absoluten Betrages der Erregung eine gute Übereinstimmung mit den anderweit bestimmten Zahlen für den hier maßgebenden Modul d_{11} .

4. Es sind die Gesetze der elektrischen Deformation für die oben bezeichneten drei Hauptfälle entwickelt, wenn das auf den Zylinder wirkende elektrische Feld eine homogene lineäre Funktion der Querkoordinaten ist. Die Resultate gehen dahin, daß der Zylinder in der ersten Hauptlage weder Biegung noch Drillung, in der zweiten nur Drillung, in der dritten Biegung und Drillung erfährt.

5. Es ist die Theorie einer Anordnung entwickelt, die in Annäherung eine ebensolche Feldverteilung bewirkt, wie sie vorstehend vorausgesetzt ist. Dieselbe ist auf den Zylinder in der zweiten Hauptlage zur Anwendung gebracht, und es ist dabei eine Drillung beobachtet worden, die in guter Übereinstimmung mit dem theoretisch bestimmten Wert steht.

6. Die Kleinheit der letzteren, unter ausgesucht günstigen Umständen erzielten Wirkung ließ es verwunderlich erscheinen,

daß Hr. Röntgen unter sehr viel ungünstigeren Bedingungen doch eine wahrnehmbare Drilling erhalten hat. Es wurden demgemäß die Verhältnisse, die bei jenen Beobachtungen vermutlich vorgelegen haben, der theoretischen Berechnung unterworfen und gezeigt, daß durch Zusammentreffen mehrerer glücklichen Umstände bei jener Anordnung nach der Theorie eine eben wahrnehmbare Drilling in der Tat eintreten kann.

Göttingen, April 1915.

(Eingegangen 18. Juli 1915.)

2. Die Erzeugung von Bewegung durch molekulare Richtkraft bei flüssigen Kristallen; von O. Lehmann.

(Hierzu Tafel IV u. V.)

Daß durch molekulare Richtkräfte (Kräftepaare) bei polymorpher Umwandlung fester Kristalle (unabhängig von etwaigen Volumänderungen) mechanische Arbeit geleistet werden kann, ist zuerst von mir bei mehreren organischen Stoffen beobachtet worden.¹⁾ Die Quelle der mechanischen Energie ist dabei jedenfalls *chemische Energie*, da aus meinen Untersuchungen²⁾ folgt, daß polymorphe Umwandlung auf „molekularer Isomerie“, d. h. Bildung isomerer Molekülverbindungen, also Änderung der chemischen Energie beruht. Gewöhnlich tritt an Stelle der verlorenen chemischen Energie Wärme (Umwandlungswärme) auf, in diesem Fall aber mechanische Arbeit. Der Vorgang ist umkehrbar, was mich veranlaßte, die arbeitleistende Kraft „*chemische Federkraft*“ zu nennen.³⁾

Bei Organismen ist die direkte Umsetzung chemischer Energie in mechanische eine häufige Erscheinung; doch sind die hier in Betracht kommenden Stoffe wahrscheinlich nicht homogen und eher zähen *Flüssigkeiten* als festen Kristallen vergleichbar. Durch Auffindung der *flüssigen Kristalle* wurde dennoch eine Möglichkeit geboten, die Energieumsetzungen als gleichwertig anzunehmen; ja es ergab sich, daß bei flüssigen Kristallen noch andere Fälle von Erzeugung von Bewegungsenergie durch die molekulare Richtkraft zu beobachten sind, welche vielleicht ebenfalls zur Aufklärung von Bewegungsvorgängen bei Organismen beitragen können. Jedenfalls haben alle mit letzteren das gemein, daß sie sich nicht auf die *bekannten* Wirkungen der Molekularkräfte zurückführen lassen und des-

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 25. p. 173, 1885; Ann. d. Phys. 21. p. 384. 1906.

2) Vgl. „Die neue Welt der flüssigen Kristalle“ 1911. p. 82.

3) l. c. p. 334.

halb kein geeignetes Objekt für mathematische Behandlung bilden. Diese Unmöglichkeit der Einordnung in das herkömmliche System ist wohl der Grund, weshalb in Lehrbüchern näheres darüber nicht zu finden ist.

Nach W. Nernst¹⁾ handelt es sich freilich nur um mißverständliche Deutung experimenteller Einzelheiten, deren richtige Deutung erst gefunden werden muß. Als glücklichen Versuch einer solchen bezeichnet er die Theorie von E. Bose²⁾, welcher meine älteste Annahme, die Moleküle flüssiger Kristalle seien *stäbchenförmig* und suchten sich deshalb wie Drahtstifte, die in einer Schachtel geschüttelt werden, parallel zu richten, (freilich ohne Hinweis auf meine Publikationen³⁾) zu vereinigen strebte mit der von mir als unhaltbar nachgewiesenen⁴⁾, dennoch aber von W. Nernst als Grundlage aller theoretischen Betrachtungen festgehaltenen *Identitätstheorie*, d. h. der Hypothese, die Flüssigkeitsmoleküle seien identisch mit den Gas-molekülen und ebenso die Moleküle der flüssigen Kristalle mit der der isotropen Schmelze.

1. Die Theorie von Bose.

Nach dieser Theorie von Bose müßte mit sinkender Temperatur, da sich mit der (übrigens kaum merklichen) Annäherung der Moleküle die Stäbchenform der Moleküle mehr und mehr geltend macht, ein *allmählicher Übergang* der isotropen in die anisotrope Schmelze stattfinden; ebenso umgekehrt beim Erwärmen allmähliche Umwandlung der kristallinen Flüssigkeit in die isotrope, wie W. Nernst l. c. durch die hier wiedergegebenen Figg. 1 a—d erläutert.

Nach *meiner* Theorie muß dagegen der Übergang ganz wie der Erstarrungsprozeß ein *plötzlicher* sein, da es sich um

1) W. Nernst, Theoretische Chemie. 7. Aufl. 1913. p. 666.

2) E. Bose, Physik. Zeitschr. 8. p. 516. 1907; 9. p. 707. 1908; 10. p. 32, 230. 1909.

3) O. Lehmann, Zeitschr. physik. Chem. 18. p. 95. 1895; Ann. d. Phys. 12. p. 319. 1903; Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 8. p. 143, 331. 1906; Physik. Zeitschr. 7. p. 725. 1906; „Die scheinbar lebenden Kristalle“, Eßlingen 1907. p. 26.

4) Derselbe, Ann. d. Phys. 20. p. 77. 1906; Physik. Zeitschr. 8. p. 42. 1906; Zeitschr. physik. Chem. 71. p. 355. 1910; „Die neue Welt der flüssigen Kristalle“ 1911. p. 73, 89; Intern. Zeitschr. f. Metallogr. 6. p. 219. 1914 usw.

Auskristallisieren der flüssig-kristallinen Modifikation aus der Lösung in der isotrop-flüssigen handelt und bei dem hohen Selbstreinigungsvermögen¹⁾ der flüssigen Kristalle nicht einmal an die Existenz einer „kritischen Lösungstemperatur“²⁾ gedacht werden kann. Tatsächlich ist der Übergang der isotropen Schmelze in die kristallinisch-flüssige und umgekehrt immer ein sprunghafter; beide Phasen sind durch eine vollkommen scharfe Grenzfläche voneinander geschieden.



Fig. 1.

Schon aus diesem Grunde ist Boses Theorie unhaltbar; denn der Einwand, der sprunghafte Übergang möchte ähnlich zu erklären sein wie die sprunghafte Kondensation eines Dampfes nach der Theorie von van der Waals, würde erst Bedeutung gewinnen, wenn diese letztere Erklärung wirklich gelänge. Vorläufig ist sie nicht einmal für den einfacheren Fall der Dampfkondensation mit den Tatsachen in Einklang.³⁾

Die Bosesche Theorie steht ferner insofern mit den Tatsachen direkt in Widerspruch, als sie, wie speziell die Nernstsche Fig. 1c sehr deutlich erkennen läßt, annimmt, eine kristallinische Flüssigkeit bestehe (wie etwa ein Stück Marmor oder das Erstarrungsprodukt irgendeiner Schmelze) aus zahlreichen regellos gerichteten Kristallindividuen, derart, daß sich die Molekularstruktur beim Übergang von einem Individuum zum angrenzenden sprunghaft ändert. Diese „Schwärmgrenzen“ sollen sich in ununterbrochener Bewegung befinden⁴⁾, falls sie nicht durch besondere Kunstgriffe einigermaßen festgelegt werden, wie es durch Zusatz eines Lösungsmittels geschehen soll. Im Gegensatz hierzu hatte ich gefunden, daß flüssige

1) O. Lehmann, Physik. Zeitschr. 11. p. 44. 1910; Umschau 14. p. 950. 1910.

2) Über diesen allmählichen Übergang vgl. O. Lehmann, Molekularphysik 2. p. 208. 1889; J. Frick u. O. Lehmann, Physik. Technik, 6. Aufl. 1. 408. p. 197. 1890; W. Ostwald, Lehrb. d. allg. Chem. II (2) 1. p. 671. 1896.

3) G. Tammann, Ann. d. Phys. 37. p. 975. 1912.

4) E. Bose, Physik. Zeitschr. 9. p. 709. 1908.

Kristalle, welche in Berührung kommen, das Bestreben haben, zu einem Individuum von homogener Struktur zusammenzufließen, und nur Zwillingsbildungen¹⁾, insbesondere in Form konischer Strukturstörungen²⁾ und radialer, ringförmiger oder lemniskatenartiger Gruppierung um Fäden einigermaßen dauernden Bestand haben können. Ein Vergleich der von mir l. c. gegebenen Photographien nach der Natur mit der obigen Fig. 1 nach Nernst ergibt nicht die geringste Ähnlichkeit. Von der von Bose angenommenen „ununterbrochenen Bewegung von der Strukturgrenzen“ habe ich nie etwas gesehen. Nernsts Behauptung (l. c. p. 668), meine mikroskopische Beobachtungsmethode sei nicht geeignet und sollte durch messende Untersuchung ersetzt werden, widerspricht der Tatsache, daß alle wichtigen Erscheinungen nach meiner Methode aufgefunden wurden.

Eine ganz einwandfreie Skizze der Orientierung der Molekülachsen (d. h. der Auslöschungsrichtungen) an verschiedenen

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 19. p. 409, Fig. 20. 1906; 35. p. 210. 1911.

2) Vgl. die Tafeln 4 und 5 in meinem Buch „Flüssige Kristalle“ 1904; Wied. Ann. 56. Taf. 4, Fig. 13a; Ann. d. Phys. 19. p. 409, Figg. 3, 5, 26, 29, 30 usw. 1906; „Die neue Welt der flüssigen Kristalle“ 1911. p. 368; Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 13. p. 338, 1911; Ann. d. Phys. 35. p. 193. 1911; Physik. Zeitschr. 12. p. 540. 1911; Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1911. Nr. 22; 1912 Nr. 13; 1913 Nr. 13; Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 15. p. 413 1913. Vgl. ferner die Tafeln 10—35 in meinem Buch „Flüssige Kristalle“ 1904. Noch nicht veröffentlichte Versuche haben weiter ergeben: Die Basis eines Doppelkonus ist Zwillingsebene, in welcher entgegengesetzt liegende hemimorphe Moleküle zusammenstoßen. Basis und Achse sind gleichwertig; beide können in Ellipsen übergehen. Häufig ist jede solche zugleich die Achse zweier dicht aneinander grenzender konischer Störungen (kettenförmige Aneinanderreihung). Im Normalfall ist der ganze Raum von sich berührenden Doppelkegeln erfüllt, deren Achsen entweder parallel sind oder zueinander senkrecht stehen, derart, daß je sechs ein Oktaeder bilden. Die übrigbleibenden Zwischenräume sind mit Aggregaten geradliniger Molekülreihen ausgefüllt. Durch Aneinanderreihung sehr schlanker konischer Störungen können Streifungen, fächerartige Strukturen und Übergänge zu Sphärokristallen entstehen. Die größeren Fasern, die man schon in natürlichem Licht sieht (bei Ammoniumoleat besonders bei Verwendung von Anisol als Lösungsmittel), sind sehr schlanke konische Störungen. Beim Fließen bleiben alle Molekülreihen (Verlauf der Auslöschungsrichtungen) geradlinig, es tritt nur Änderung der Zahl, Art, Größe und Gruppierung der Kegel ein.

Stellen einer kristallinen Flüssigkeit zu geben, wozu mehrfache Photographie derselben Stelle des Präparates in verschiedener Verdrehung gegen die Nicoldiagonalen nötig wäre, ist freilich schwierig, da sehr dünne Stellen des Präparates rasch halbisotrop werden, indem sich die Moleküle (als Blättchen senkrecht zur optischen Achse gedacht) parallel den Glasflächen zu richten suchen¹⁾, bei dickeren aber, wegen Übereinanderlagerung verschieden orientierter Schichten, Auslöschung wegen Entstehung von elliptisch- oder zirkularpolarisiertem Licht überhaupt ausbleibt.

Ich habe ursprünglich zwischen „fließenden“ Kristallen, d. h. solchen, welche Gestaltungskraft zeigen, und „flüssigen“ Kristallen, welche freischwebend Kugelform annehmen, unterschieden²⁾ und die Stäbchenform der ersteren in der Weise gedeutet, daß sich die ebenfalls als Stäbchen gedachten Moleküle besonders leicht parallel ihre Längsrichtung verschieben.³⁾ Ganz dieselbe Annahme macht auch Bose (l. c. p. 240), aber ohne Hinweis auf die angegebene Literatur. Nachdem ich später erkannt hatte, daß gerade umgekehrt die Verschiebung am leichtesten senkrecht zur Längsachse der Kristalle stattfindet, wie es einem Aufbau aus Blättchen entspricht, nachdem sich ferner ergeben hatte, daß für die Orientierung der Moleküle nicht die von Schwerpunkt zu Schwerpunkt wirkenden Zentralkräfte, sondern Kräftepaare, wahrscheinlich magnetischer Natur, in Betracht kommen⁴⁾, mußte ich natürlich die alte Erklärungsweise fallen lassen und durch eine geeignete (Annahme einer Richtkraftoberflächenspannung neben der Zentralkraftoberflächenspannung) ersetzen⁵⁾. Gleiches gilt natürlich für die Theorie von Bose; sie ist also auch aus diesem Grunde nicht haltbar.

Die von mir entdeckte Erscheinung des *Dimorphismus* bei

1) O. Lehmann, *Flüssige Kristalle und Theorien des Lebens*, 1906. p. 31; *Physik. Zeitschr.* 14. p. 1131, Fig. 1; p. 1133, Fig. 3a, b. 1913; 15. p. 621. 1914; *Verh. d. Deutsch. Physik. Ges.* 15. p. 420. 1913.

2) Vgl. mein Buch „*Flüssige Kristalle*“, 1904. E. Bose, *Phys. Zeitschr.* 10. p. 231. 1909 schreibt zu Unrecht diese Einteilung Hrn. Schenck zu.

3) Derselbe, *Verh. d. Deutsch. Physik. Ges.* 8. p. 143, 331. 1906; *Physik. Zeitschr.* 7. p. 722, 789. 1906.

4) Derselbe, *Physik. Zeitschr.* 10. p. 553. 1909; „*Die neue Welt der flüssigen Kristalle*“, 1911. p. 346ff.

5) Derselbe, *Verh. d. Deutsch. Physik. Ges.* 16. p. 443. 1914.

flüssigen Kristallen¹⁾ glaubt Bose durch ellipsoide Form der Moleküle erklären zu können, d. h. dadurch, daß die Querschnitte der Stäbchen elliptische Form haben und bei sinkender Temperatur infolge größerer Annäherung der Moleküle durch die Zusammenstöße nicht nur die Längsrichtungen der Stäbchen parallel gerichtet werden, sondern auch deren Querschnitte.²⁾ Auch dieser Übergang müßte also nach Fig. 1 ein allmählicher sein, während er in Wirklichkeit sprunghaft stattfindet. Die der tieferen Temperatur entsprechende Modifikation müßte ferner optisch zweiachsig sein, was ebenfalls nicht zutrifft. Die von mir beigebrachten Beweise, daß Dimorphismus weder bei festen noch bei flüssigen Kristallen einfach durch verschiedene Art der Aggregation der Moleküle erklärt werden kann, sondern auf verschiedener Beschaffenheit der Moleküle beider Modifikationen beruhen muß (vgl. p. 178 Anm. 4), war Bose nicht in der Lage zu widerlegen; er hielt ebenso wie Nernst (l. c. p. 666) die Identitätstheorie für ein Axiom, an welchem nicht gerüttelt werden darf.

Schon diese wenigen Beispiele von Schwierigkeiten, welchen die Durchführung der Boseschen Theorie begegnet, lassen erkennen, daß dieselbe trotz der warmen Empfehlung durch Nernst, The Svedberg³⁾ u. a. keinesfalls geeignet ist als Grundlage einer Erklärung der bei flüssigen Kristallen durch innere molekulare Kräfte erzeugten Bewegungserscheinungen zu dienen.

2. Erzeugung von Bewegung durch Gestaltungskraft.

Ganz so wie beim Zusammenfließen zweier freischwebender Öltröpfen oder bei Wiederauftreten der Kugelform eines verzerrten Öltröpfens die entstehende Bewegungsenergie aus verschwindender Oberflächenenergie hervorgeht, gilt dies auch für zusammenfließende oder verzerrte flüssige Kristalle. Fig. 1, Taf. IV, zeigt eine kinematographische Aufnahme des Zusammenfließens bei Ammoniumoleathydrat. Die Existenz der gewöhnlichen Oberflächenspannung, welche überall denselben Wert

1) E. Bose schreibt die Entdeckung l. c. p. 232 zu Unrecht Hrn. Vorländer zu. Vgl. O. Lehmann, *Physik. Zeitschr.* 7. p. 393 Anm. und p. 578. 1906; *Ann. d. Phys.* 25. p. 858. 1908 und *Zeitschr. f. physik. Chem.* 73. p. 598. 1910.

2) E. Bose, *Physik. Zeitschr.* 10. p. 232. 1909.

3) The Svedberg, *Kolloidzeitschr.* 16. p. 103. 1915.

haben muß, wenn der Kristall normale Form angenommen hat, da sonst beständige Strömung im Innern desselben stattfinden müßte, und die auch bei einer Kugel, die aus einem flüssigen Kristall herausgeschnitten gedacht wird, überall denselben Wert haben muß, weil die räumliche Dichte der Schwerpunkte der Moleküle allenthalben die gleiche ist, vermag die Gestaltung der flüssigen Kristalle zu Polyedern, Zylindern, Kegeln, Ellipsoiden usw. nicht zu erklären, wohl aber die von der Struktur abhängige *Richtkroftoberflächenspannung*, die so lange Strömung erzeugt, bis sie überall denselben Wert hat und dadurch die Oberflächenenergie ein Minimum geworden ist. Die Form des in der Flüssigkeit schwebenden Kristalls wird natürlich eine andere, wenn er mit deren Grenze gegen Luft in Berührung kommt¹⁾ oder mit einem festen Körper, den er benetzt.

Die Quelle der Bewegungsenergie bei der Gestaltung flüssiger Kristalle ist hiernach Oberflächenenergie, welche bei der Wiederherstellung der durch mechanische Deformation verzerrten Gestalt hervorgegangen ist aus der Arbeit, welche bei Verzerrung des Tropfens geleistet wurde, falls derselbe, entgegen der Gestaltungskraft, deformiert worden war. Beim Herausschneiden einer Kugel aus einer kristallinen Flüssigkeit, die sich dann infolge der Gestaltungskraft streckt, wird eine solche Arbeit scheinbar nicht geleistet, in Wirklichkeit aber doch, da der Zusammenhang zwischen der Kugel und dem abgeschnittenen Teil gelöst werden muß, was nicht ohne Kraftaufwendung möglich ist.

Scheiden sich die flüssigen Kristalle aus einer Lösung aus, so kommt eine Energie wieder zum Vorschein, welche beim Vorgang der Auflösung verbraucht worden ist, durch Abtrennung der Moleküle, entgegen der Wirkung der Molekularkräfte, falls die Lösung einfach durch Auflösen der Substanz (z. B. von Ammoniumoleathydrat) erhalten worden war. Ist aber die Lösung durch eine chemische Reaktion entstanden (im genannten Fall z. B. durch Einwirkung von Ammoniaklösung auf Ölsäure), so ist die Quelle der Oberflächenenergie *chemische Energie*, demgemäß auch die Quelle der entstehenden Bewegungsenergie, und man kann sagen, letztere sei mit gleichem Wirkungsgrad entstanden, wie wenn sie direkt aus

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 12. p. 333. 1903; Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1912. Nr. 13. Taf. 2. Fig. 21.

chemischer Energie hervorgegangen wäre, da vorherige Umwandlung der letzteren in Wärme, welche den Wirkungsgrad herabgedrückt hätte, nicht erfolgt ist. Letzteres wäre dagegen der Fall, wenn, wie ich früher annahm, die Gestaltungskraft eine Äußerung der Expansivkraft wäre.

Die Figg. 2, Taf. IV, zeigen die Bewegungsvorgänge beim Zusammenfließen der aus Lösung in Xylol sich ausscheidenden flüssigen Kristalle von Paraazoxybenzoesäureäthylester in natürlichem Licht, kinematographisch aufgenommen.

3. Bewegungserzeugung bei Rotation der Kristalltropfen.

Die Fig. 3, Taf. IV, ist eine Aufnahme der Rotationsbewegung von Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit wenig Kolophoniumzusatz aus Lösung in Olivenöl in polarisiertem Licht betrachtet, wobei deutlicher Dichroismus weißgelb (in der Photographie grau) hervortritt.¹⁾ Die Rotation erfolgt um so rascher, je größer die Temperaturdifferenz zwischen Unter- und Oberseite der Tropfen; muß also wohl auf Änderung der Oberflächenspannung durch Temperaturerhöhung beruhen. Bei amorphen Flüssigkeiten erfolgt mit steigender Temperatur eine beträchtliche Änderung der Oberflächenspannung, weil nicht nur eine (geringfügige) Änderung des Abstandes der Moleküle stattfindet, sondern eine teilweise Änderung der Moleküle selbst, nämlich Verminderung der Zahl der Moleküle fester Modifikationen und Vermehrung der Zahl von Gasmolekülen, welche sich mit den Flüssigkeitsmolekülen im Gleichgewicht befinden.

Bei kristallinen Flüssigkeiten muß wegen ihres hohen Selbstreinigungsvermögens²⁾ die Zahl der fremden Moleküle wesentlich geringer sein; demgemäß auch der Temperaturkoeffizient der Oberflächenspannung an der Grenze gegen Luft.

Erhitzt man die Grenze zwischen Kristalltropfen und Lösung, wie es bei Rotation der Kristalltropfen geschieht, so werden sich die Molekularkräfte im Tropfen und der Lösung in sehr verschiedener Weise ändern, zumal ersterer neben der Zentralkraftoberflächenspannung auch eine Richtkraft-

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 2. p. 649. 1900.

2) Welches auch das Auftreten einer kritischen Temperatur für kontinuierlichen Übergang in Dampf verhindert, ebenso wie die Bildung halbbegrenzter Tropfen (Wied. Ann. 43. p. 516. 1891).

oberflächenspannung besitzt, welche der Lösung nicht zukommt. In letzterer wird sich Kontaktbewegung¹⁾ herzustellen suchen, d. h. eine Strömung von der Grenzfläche von den wärmeren gegen die kälteren Teile hin, welcher keine gleichstarke Bewegung im Tropfen entspricht. Es tritt somit Reibung zwischen beiden Flüssigkeiten auf, welche infolge der Anisotropie der Moleküle des Kristalltropfens Rotationsbewegung erzeugt, deren Richtung von dieser Anisotropie abhängt. Quelle der Bewegungsenergie ist somit auch im Fall der Rotation der Tropfen Änderung der Oberflächenenergie, die hervorgeht aus der Änderung des chemischen Gleichgewichtes zwischen den verschiedenen Molekülararten in der angrenzenden Lösung, d. h. aus *chemischer Energie*. Auch in diesem Fall ist die Umsetzung der Energie eine vollkommene; der Wirkungsgrad ist derselbe, wie wenn die Bewegungsenergie direkt aus chemischer Energie entstanden wäre.

Bei ausgedehnten flüssig-kristallinen Schichten mancher Stoffe, welche durch Zusammenfließen zahlreicher Kristalltropfen entstanden sind, bilden sich infolge des Rotationsbestrebens die sog. „Grenzlinien“²⁾, welche die Projektionen von Grenzflächen zwischen den Individuen, aus welchen sich die Masse zusammensetzt, zu sein scheinen. Sie sind, wie ich schon früher vermutete, identisch mit den „Zwillings-ebenen“ einfacher Kristalltropfen, d. h. Flächen, an welchen Gebiete verschiedener Orientierung der Moleküle in Zwillingsstellung aneinandergrenzen.³⁾

Die l. c. ausgesprochene Meinung, es sei gemäß der dortigen schematischen Fig. 34 keine Zwillingsstellung der Moleküle vorhanden, ist, wie der Vergleich dieser Figur mit Fig. 1 auf Taf. XIX meines Buches „Flüssige Kristalle“ 1904 und Fig. 19 auf Taf. XXI in Physik. Zeitschr. **13**. 1912 ohne weiteres erkennen läßt, irrtümlich. Es ist durch Versehen bei Zeichnung der Fig. 34 längs der Grenzlinien die Lage der Moleküle nicht den Erscheinungen des Dichroismus entsprechend eingetragen worden. Längs der Grenzlinien müssen vielmehr die Molekülblättchen hochkant stehend gedacht werden, und zwar nicht auf der längeren Seitenkante,

1) O. Lehmann, Molekularphysik **1**. p. 271. 1889.

2) Derselbe, Flüssige Kristalle, 1904. Taf. XVII—XX.

3) Derselbe, Ann. d. Phys. **39**, p. 80 1912.

sondern um 90° gedreht, und zwar zu beiden Seiten der Grenzlinie bzw. Grenzfläche gegeneinander verdreht, wie Fig. 4 auf p. 87 l. c. zeigt. Wäre die Anordnung einfach die in Fig. 34 dargestellte, so müßten sich die gelben Felder, welche im polarisierten Lichte infolge des Dichroismus erscheinen, durch die Grenzlinien hindurch ohne Störung fortsetzen. Das ist, wie die oben zitierten Figg. 1 und 19 auf Taf. XXI in *Phys. Zeitschr.* **13**. 1912 zeigen, nicht der Fall; die Grenzlinien erscheinen vielmehr weiß, wie es der angegebenen Stellung der Blättchen entspricht. Die Fig. 34 muß also durch die nebenstehende Fig. 2 ersetzt werden.

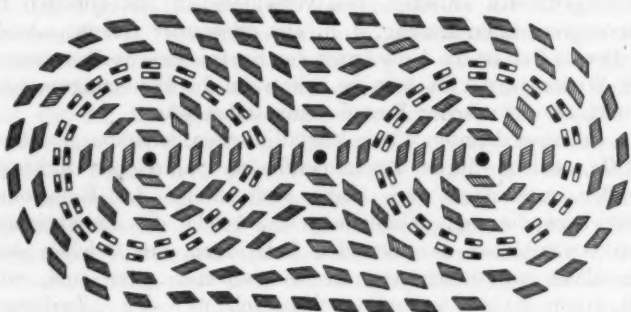


Fig. 2.

Während bei einem einfachen Kristalltropfen in erster Hauptlage, d. h. falls die Symmetrieachse senkrecht steht, die Zwillingsfläche horizontal verläuft¹⁾, nimmt sie also beim Zusammenfließen zweier Tropfen in erster Hauptlage gemäß Fig. 2 die Form zweier senkrecht stehender Röhren an, in deren Inneren die oberen Hälften der zwei ursprünglichen Tropfen enthalten sind, während sich die beiden unteren zu der die Röhren umgebenden Masse vereinigt haben. Vergrößerung der Temperaturdifferenz bedingt Verdickung der Röhren, d. h. Verdrehung der Moleküle in deren Nähe derart, daß immer mehr sich in genannter Weise aufrichten. Bei hinreichend ausgedehnten Massen suchen die Röhren ihre

1) O. Lehmann, *Ann. d. Phys.* **35**, p. 213. 1911; *Physik. Zeitschr.* **12**. Taf. VII, Fig. 10; *Sitzungsber. d. Heidelb. Akad.* 1911. Nr. 22. Taf. VIII, Fig. 74.

Oberfläche zu vergrößern, indem sie wellenförmigen Querschnitt annehmen, wie aus dem wellenförmigen Verlauf der Grenzlinien, z. B. bei der oben zitierten Fig. 1 auf Taf. XIX („Flüssige Kristalle“ 1904) zu ersehen ist, vielleicht weil die erwähnte Kontaktbewegung sie auseinanderzerrt.

Völlige Aufklärung der Erscheinung ist mir bis jetzt nicht gelungen. Die Fig. 5, Taf. IV, stellt Kristalltropfen in erster Hauptlage (zwischen parallelen Nicols) dar, wobei eine Rotation nicht auftritt; Fig. 6, Taf. IV, stellt das Zusammenfließen von Kristalltropfen mit einer größeren Masse, ebenfalls zwischen parallelen Nicols betrachtet, dar. Soweit nicht die Zwillingsflächen Parallelrichtung der Moleküle verhindern, sucht die molekulare Richtkraft allmählich einheitliche Struktur herzustellen¹⁾; da sich hierbei aber nur die Moleküle drehen an dem Orte, wo sie sich befinden, tritt keine Strömung ein, also keine Erzeugung von Bewegungsenergie.

4. Erzeugung von Bewegung durch polymorphe Umwandlung.

Die molekulare Richtkraft kann ganz wie im Fall der eingangs erwähnten Umwandlung polymorpher Stoffe in auffälliger Weise auch bei flüssigen Kristallen Bewegung erzeugen, falls sich diese in eine andere flüssig-kristallinische Modifikation²⁾ umwandeln. Näheres hierüber habe ich bereits früher mitgeteilt, so daß ein Hinweis genügen mag.³⁾

Die Ursache der polymorphen Umwandlung ist, meiner Theorie der molekularen (physikalischen) Theorie gemäß, wie ich vielfach gezeigt habe⁴⁾ und wie insbesondere die Existenz der flüssigen Kristalle beweist, eine *chemische Änderung der Moleküle*, welche entsprechende Änderung der molekularen Richtkraft zur Folge hat und so die potentielle Energie erzeugt, aus welcher die bei der plötzlichen Gestaltänderung der flüssigen Kristalle während der Umwandlung entstehende Bewegungsenergie hervorgeht.

Auch in diesem Fall verhält sich letztere hinsichtlich des Wirkungsgrades so, wie wenn sie direkt aus der verlorenen

1) Vgl. auch O. Lehmann, Zeitschr. f. Physik. Chem. 5. p. 430. 1890; Ann. d. Phys. 39. p. 104, 110. 1912.

2) Derselbe, Zeitschr. physik. Chem. 56. p. 750. 1906; 73. p. 598. 1910.

3) Derselbe, Ann. d. Phys. 43. p. 112. 1914.

4) Vgl. z. B. Intern. Zeitschr. f. Metallogr. 6. p. 219. 1914.

chemischen Energie entstanden wäre. Da die beiden Modifikationen sich in einer Fläche berühren, kann man die potentielle Energie als Oberflächenenergie bezeichnen, und zwar als Richtkraftoberflächenenergie.

5. Erzeugung von Bewegung durch Quellung.

Die chemischen Änderungen bei polymorpher Umwandlung entsprechen der Bildung und Zersetzung sog. Molekülverbindungen, z. B. kristallwasserhaltiger Salze. Demgemäß läßt sich erwarten, daß auch durch Aufnahme von Kristallwasser durch flüssige Kristalle zur Umwandlung von chemischer Energie in Bewegungsenergie Anlaß geben werde. Das ist in der Tat, wie ich ebenfalls bereits näher dargelegt habe¹⁾ der Fall; es beruht darauf das *Wachsen der Myelinformen* und deren *Verdrillung*, speziell bei Ammoniumoleathydrat. Man kann die Erscheinung als *Quellung* flüssiger Kristalle bezeichnen, obschon gegenüber der gewöhnlichen Quellung von gallertartigen Körpern der wesentliche Unterschied besteht, daß die flüssigen Kristalle ebenso homogen sind wie andere Flüssigkeiten, während die Gallerten aus einem schwammartigen Gerüst fester Substanz bestehen, dessen Poren mit Flüssigkeit erfüllt sind.²⁾

In beiden Fällen findet ein Eindringen der Flüssigkeit statt; indes nicht eine Diffusion wie bei Mischung indifferenter Flüssigkeiten, sondern chemische Bindung, d. h. zunächst an der Oberfläche Bildung neuer, wasserhaltiger Moleküle, die sich aber alsbald wieder zersetzen, indem sie Wasser an die tiefer gelegenen Moleküle abgeben und sich von neuem bilden durch Wasseraufnahme aus der Lösung. Infolge dieser *chemischen Änderung der Moleküle*, welche durch die molekulare Richtkraft nichtsdestoweniger gezwungen werden, *sich in regelmäßiger Stellung unter die übrigen einzulagern* (wie das

1) O. Lehmann, Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1913, Nr. 13; Physik. Zeitschr. 14. p. 1128. 1913; Ann. d. Phys. 44. p. 969. 1914.

2) Derselbe, Molekularphysik 1. p. 525. 1888; O. Bütschli, Untersuchung über die Mikrostruktur von Kieselsäuregallerten, Heidelberg Winter 1900; R. Reiger, Sitzungsber. d. Physik.-med. Soz. Erlangen 88. p. 240. 1906; J. M. van Bemmelen, Zeitschr. f. anorg. Chem. 62. p. 1. 1909; W. Bachmann, ebenda 71. p. 125. 1911; R. Zsigmondy, ebenda 71. p. 356. 1911; P. P. von Weimarn, Grundzüge der Dispersoidchemie, Dresden 1911, p. 106.

optische Verhalten der quellenden Substanz beweist), entsteht potentielle Energie, aus welcher sodann die Bewegungsenergie hervorgeht, in weit beträchtlicherem Maße als bei den anfänglich besprochenen Erscheinungen, weil die Grenzfläche zwischen den verschiedenartigen Molekülen, entsprechend ihrer großen Zahl eine ungemein große Ausdehnung hat. Es handelt sich nicht mehr um eine Oberflächenerscheinung, sondern, da die Mischung der Molekülarten eine so innige ist, daß sichtbare Grenzflächen nicht mehr hervortreten, um Kraftwirkung *aus dem ganzen Innern* der Substanz. In dieser Hinsicht gleichen die durch Quellung flüssiger Kristalle entstehenden Bewegungsvorgänge ganz den Vorgängen bei der Tätigkeit von Muskeln, Cilien¹⁾ usw. bei Organismen.

Sehr lebhaft erscheinen sie bei Ausscheidung der fließenden Kristalle des Paraazoxyzimtsäureäthylesters aus Monobromnaphthalin (oder Anisol), wobei letzteres, falls die Lösung wenig konzentriert ist, anscheinend in gleicher Weise in die Kristallmoleküle aufgenommen wird, wie bei andern Stoffen Kristallwasser.

Die Figg. 1 und 2, Taf. V, zeigen kugelige, die Figg. 3 und 4 stäbchenförmige Kristalle dieser Art, wobei sich die Teilung der bakterienartigen Stäbchen oder die Abschnürung kleinerer Teile gut verfolgen läßt; die Figg. 5 und 6 die Entstehung und das plötzliche Verschwinden (die letzten 4 Bilder der letzten Figur) der leicht beweglichen schlangenartigen flüssigen Kristalle und andere Erscheinungen, die ich bereits mehrfach ausführlich beschrieben habe.²⁾

Ob meine Erklärungsversuche³⁾ zutreffend sind oder einer Änderung bedürfen, muß die Fortsetzung der Untersuchungen lehren.⁴⁾

1) Vgl. hierzu O. Lehmann, *Physik. Zeitschr.* **14.** p. 1134. 1913. Fig. 6.

2) Derselbe, *Ann. d. Phys.* **19.** p. 22, 407; **20.** p. 63. 1906; „Die scheinbar lebenden Kristalle“, *Eßlingen* 1907; *Prometheus* **25.** p. 1, Taf. 1 (Photographien nach der Natur) 1913.

3) Derselbe, *Sitzungsber. d. Heidelb. Akad.* 1913, Nr. 13. p. 20; *Physik. Zeitschr.* **14.** p. 1134. 1913; *Ann. d. Phys.* **44.** p. 972. 1914.

4) Ich hatte namentlich gehofft, die Störung der Kraftwirkungen durch magnetische Felder näher prüfen zu können; doch wurde die Beschaffung des hierzu nötigen großen Elektromagneten durch den Ausbruch des Krieges vorläufig unmöglich gemacht.

6. Die gemachten Einwendungen.

Nach W. Ostwald¹⁾ wäre eine molekulartheoretische Erklärung überhaupt unmöglich, da es keine Moleküle geben soll. Nach Wo. Ostwald²⁾ ist dagegen die Existenz der Moleküle so sicher, daß nicht gefragt werden darf: „Sind die kristallinen Flüssigkeiten homogen oder heterogene Systeme?“, sondern vielmehr: „Wie groß ist der Dispersitätsgrad kristallinischer Flüssigkeiten?“. Gehören diese Gebilde zu den *chemisch* homogenen dispersen Systemen, also zu den *Isodispersoiden* (was in vielen Fällen richtig erscheint) oder zu den auch chemisch heterogenen Dispersoiden?

Zur Annahme chemischer Heterogenität³⁾ liegt, nachdem sämtliche Versuche, solche nachzuweisen, negative Resultate ergeben haben, heute nicht mehr der mindeste Grund vor.⁴⁾

Nachdem hauptsächlich durch die Untersuchungen auf dem Gebiet der Radioaktivität und M. v. Laues Nachweis der Röntgenstrahleninterferenzen die Existenz der Moleküle wohl außer Frage gestellt ist⁵⁾, kommen auch die Bedenken von W. Ostwald gegen die Molekulartheorie nicht mehr in Betracht.

Nach meiner Theorie der molekularen (physikalischen) Isomerie sind die flüssigen Kristalle freilich nicht im strengen Sinn Isodispersoide, denn sie bestehen nicht nur aus gleichartigen Molekülen, sondern enthalten stets, ebenso wie andere

1) W. Ostwald, Zeitschr. f. physik. Chem. 18, p. 305. 1895; Lehrb. d. allg. Chem. II (2) 1, p. 404. 1896.

2) Wo. Ostwald, Kolloidzeitschr. 8, p. 270. 1911.

3) Zuerst von mir selbst in Molekularphysik 2, p. 589. 1889 (vgl. dazu Zeitschr. f. physik. Chem. 4, p. 462. 1889), sodann von G. Quincke, Wied. Ann. 53, p. 632. 1894 (vgl. 56, p. 771); G. Tammann, Ann. d. Phys. 4, p. 524. 1901 (vgl. 5, p. 236) und 8, p. 106. 1902 (vgl. 8, p. 908); ferner Zeitschr. f. Elektrochem. Nr. 50, p. 955. 1905; W. Nernst, Diskussion, Zeitschr. f. Elektrochem. 12, p. 431. 1906 (vgl. Physik. Zeitschr. 8, p. 45. 1906); Theoret. Chem. 5. Aufl. 1907, p. 633 und 6. Aufl. 1909, p. 637 (vgl. Vierteljahrber. d. Wien. Ver. z. F. d. phys. u. chem. Unterr. 12, p. 250. 1907).

4) The Svedberg, Physik. Zeitschr. 9, p. 708. 1908.

5) Vgl. auch meine Schrift: „Die Beweise für die Existenz von Molekülen und die Sichtbarmachung der Molekularstruktur von Kristallen durch Röntgenstrahlen“, Verh. d. Karlsruh. nat. Ver. 25, p. 41. 1912.

Flüssigkeiten, wenn auch in weit geringerem Maße wie diese (wie sich durch größere Gleichmäßigkeit der thermischen Ausdehnung äußern muß), Moleküle fester, anderer flüssiger Modifikationen und Dampf-moleküle.¹⁾ Sie können aber auch völlig fremdartige Moleküle enthalten, wie z. B. die flüssigen Mischkristalle von Ammoniumoleathydrat mit Lecithin, die mit Anilinfarben künstlich gefärbten flüssigen Kristalle, die Kolophonium enthaltenden Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit verdrehter Struktur usw.²⁾

Wie ich vielfach unter Beifügung von Photographien nach der Natur dargelegt habe³⁾, ist die Struktur solcher Mischkristalle derart verwickelt, daß jeder mit der Leistungsfähigkeit der Mathematik Vertraute ohne weiteres zugeben wird, daß auch alle etwaigen näheren quantitativen Feststellungen, von welchen W. Nernst⁴⁾ die Herbeiführung einer Übereinstimmung mit E. Boses Identitätstheorie erhofft oder sonstige Deutung vom Standpunkt der Identitätstheorie oder der dieser widersprechenden Atomgruppierungstheorie⁵⁾, welche noch größere Vereinfachung der Grundlagen erstrebt und ebenso-

1) Wo. Ostwald rechnet solche Mischungen l. c. auch zu den Isodispersoiden.

2) Daß sich unter Umständen bei flüssigen Kristallen das Tyndallphänomen zeigt (vgl. „Die neue Welt der flüssigen Kristalle“ 1911, p. 242, Anm. 2 (geschrieben 1910); P. P. v. Weimarn, Kolloidchem. Beiheft 1. p. 367, Anm. 2. 1910; F. Stumpf, Physik. Zeitschr. 11. p. 784. 1910; G. Wulff, Ann. d. Phys. 35. p. 182. 1911), erklärt sich wohl durch besondere Größe und stark von Parallelstellung abweichende Lage der Moleküle. Ebenso der Einfluß magnetischer Kräfte auf lokale Trübungen (O. Lehmann, Ann. d. Phys. 39. p. 90. 1912 und Physik. Zeitschr. 18. p. 550. 1912). Das Flimmern an der Oberfläche von Kristalltropfen (O. Lehmann, Physik. Zeitschr. 12. p. 543, Anm. 1911) dürfte auf rasch wechselnder Ätzung und Ergänzung infolge wechselnder Heftigkeit der molekularen Stöße seitens der umgebenden Flüssigkeit beruhen, wie solche auch durch die Brownsche Wimmelbewegung zum Ausdruck kommt, und ebenso das (von Ch. Mauguin, Compt. rend. 154. p. 1359. 1912) beobachtete Flimmern zwischen gekreuzten Nicols.

3) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 2. p. 649. 1900; Flüssige Kristalle 1904, Taf. 27—34; Sitzungsber. d. Heidelb. Akad. 1911, Nr. 22; Physik. Zeitschr. 12. p. 540. 1911; 18. p. 550. 1912; Verh. d. Deutsch. physik. Ges. 15. p. 413. 1913.

4) W. Nernst, Theoret. Chemie, 7. Aufl. p. 666. 1913.

5) W. Nernst, l. c. p. 298; P. Groth, Zeitschr. f. Kristallogr. 54. p. 65. 1914.

wenig wie erstere mit dem Verhalten flüssiger Kristalle harmoniert¹⁾, diesen Erfolg niemals wird haben können.

Daß eine solche logische Ableitung der Eigenschaften flüssiger Kristalle auf Grund herkömmlicher physikalischer Axiome nicht möglich ist, mag Mißvergnügen bereiten (vgl. Wo. Ostwald, l. c.), berechtigt aber nicht, die Tatsachen unberücksichtigt zu lassen, wenigstens wenn man die Aufgabe der Wissenschaft in Erforschung der Wahrheit erblickt, nicht in der Fortentwicklung einer Theorie im Widerspruch mit der Erfahrung.

Für das eingangs erörterte Ziel, die Entscheidung, ob bei der *Erzeugung von Bewegung aus chemischer Energie* durch Organismen rein physikalische Vorgänge, wie die Umsetzung chemischer Energie in Bewegungsenergie durch flüssige Kristalle, in Betracht kommen können, ist eine weitere Zurückführung der letzteren Vorgänge auf die Wirkungsgesetze von Molekularkräften und die kinetische Molekulartheorie nicht unbedingt nötig. Es wird sich vielmehr darum handeln, zunächst festzustellen, inwieweit flüssig-kristallinische Stoffe bei den physiologischen Bewegungsvorgängen beteiligt sind, was nur auf experimentellem Wege geschehen kann, aber nicht Sache des Physikers, sondern des Physiologen ist. Ich glaube annehmen zu dürfen, daß für letzteren sorgfältige kinematographische Aufnahmen der neuen Erscheinungen, über die sich der Physiologe aus Lehrbüchern der Physik übrigens nicht unterrichten kann, da er dort nichts darüber findet, von Nutzen sein werden. Aber auch für den Physiker, der eine andere molekulartheoretische Deutung versuchen will, als sie von mir gegeben wurde, dürfte die Aufnahme der Bilder, die später von der Firma H. Ernemann in Dresden-A. zu beziehen sein werden, von Interesse sein.

Karlsruhe, 10. Juli 1915.

I) O. Lehmann, Ann. d. Phys., 47. p. 832. 1915.

(Eingegangen 15. Juli 1915.)

len.

nar-

ten

her

vgl.

ien

abe

icht

rit

ob

urch

ung

alle,

ung

lar-

ngt

est-

sio-

auf

des

nen

che

sio-

ten

len.

neo-

rde,

rma

von

et

stet

et

et

et

et

et

et

et

et

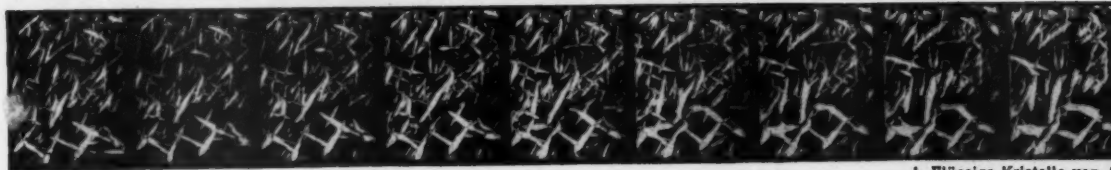
et

et

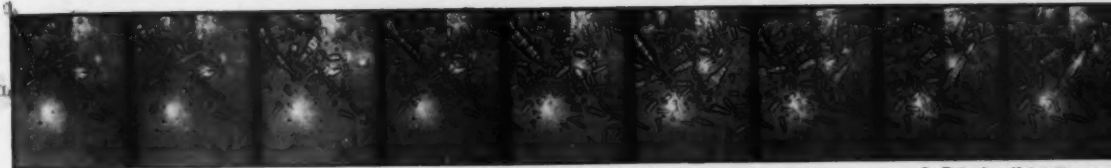
et

et

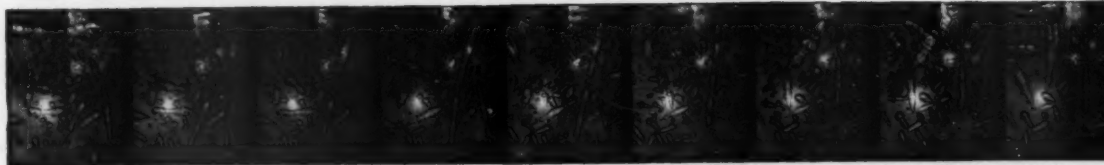
et



1. Flüssige Kristalle von A



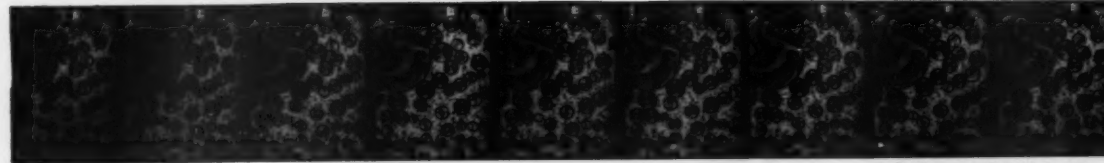
2. Flüssige Kristalle von B



3. Flüssige Kristalle von C



4. Rotierende Kristalltropfen von D



5. Rotierende Kristalltropfen von E



6. Zusammenfließende Kristalltropfen



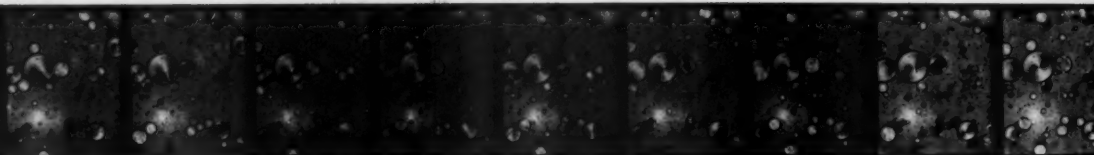
Kristalle von Ammoniummetavanadat aus alkoholischer Lösung zwischen gekreuzten Nicols.



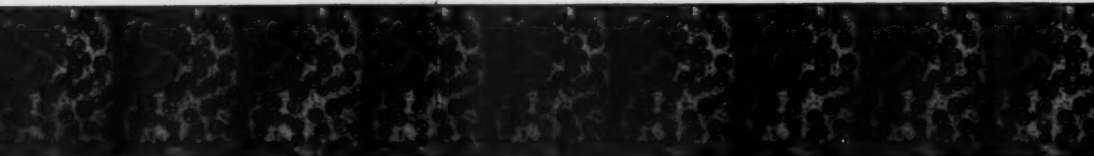
Kristalle von Paraazoxybenzoesäureäthylester aus Lösung in Xylol in natürlichem Licht.



Kristalle von Paraazoxybenzoesäureäthylester aus Lösung in Xylol in natürlichem Licht.



Tropfen von Paraazoxyphenetol mit Spur Kolophonium aus Oel in polarisiertem Licht (Dichroismus).

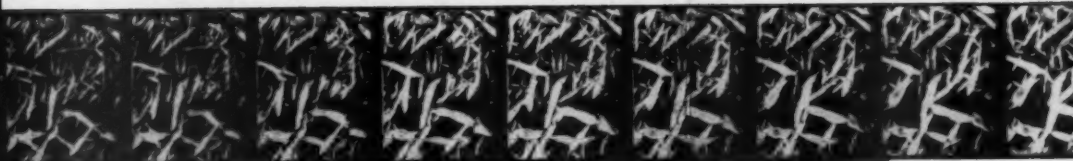


Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit Spur Kolophonium aus Oel zwischen parallelen Nicols.



Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit Spur Kolophonium aus Oel zwischen parallelen Nicols.

O. Lehmann.



1. Flüssige Kristalle von Ammoniumoleathydrat aus alkoholischer Lösung zwischen gekreuzten Nicols.



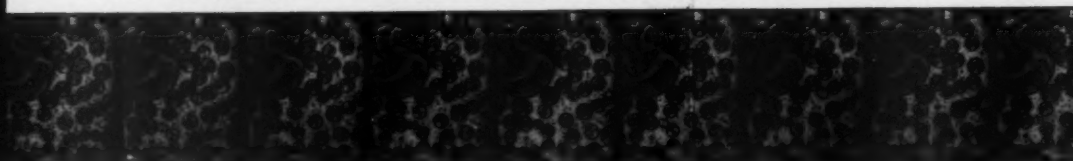
2. Flüssige Kristalle von Paraazoxybenzoesäureäthylester aus Lösung in Xylol in natürlichem Licht.



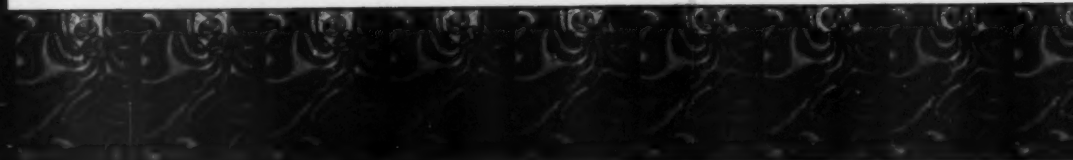
3. Flüssige Kristalle von Paraazoxybenzoesäureäthylester aus Lösung in Xylol in natürlichem Licht.



4. Rotierende Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit Spur Kolophonium aus Oel in polarisiertem Licht (Dichroismus).



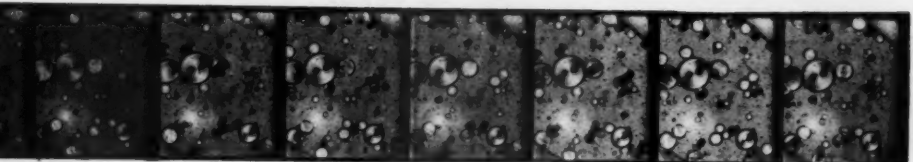
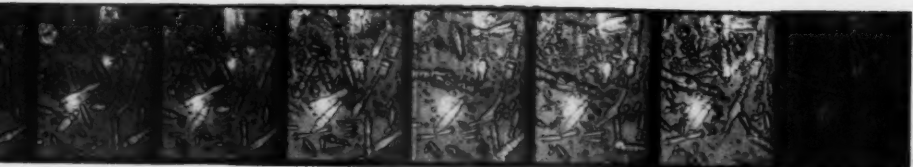
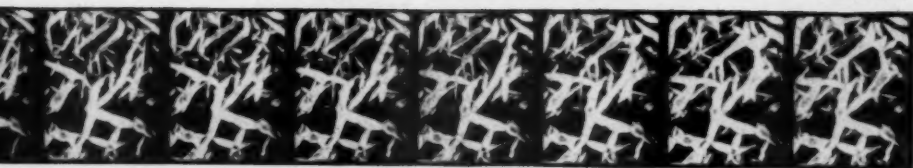
5. Rotierende Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit Spur Kolophonium aus Oel zwischen parallelen Nicols.



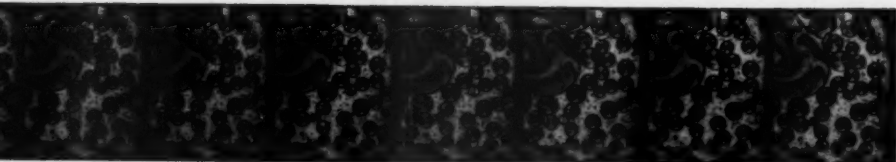
6. Zusammenfließende Kristalltropfen von Paraazoxyphenetol mit Spur Kolophonium aus Oel zwischen parallelen Nicols.

O. Lehmann.

Tafel IV.



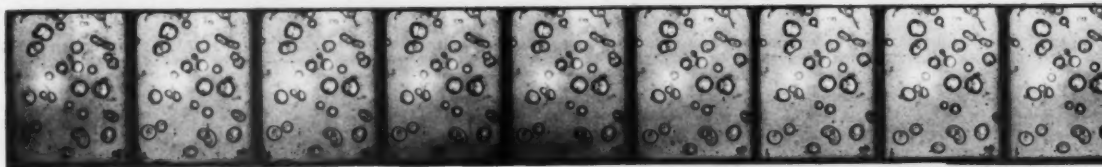
olismus).



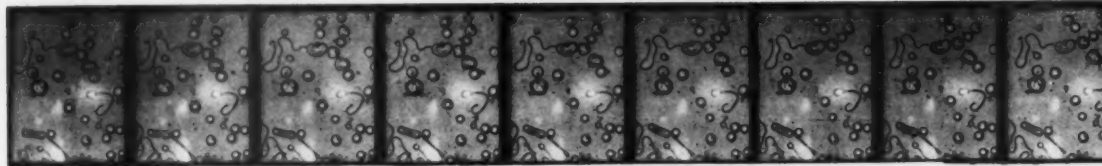
ols.



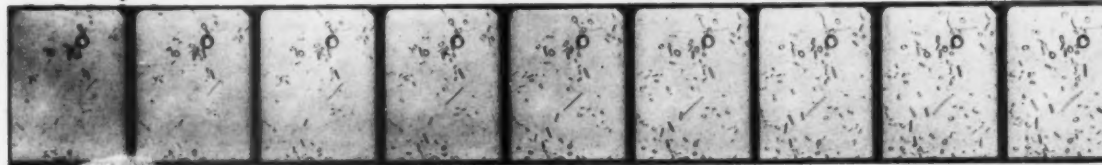
Nicols.



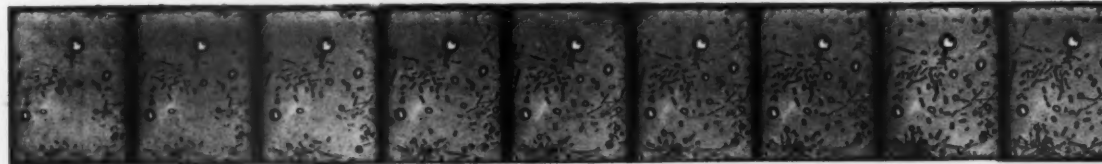
7. Kugelige flüssige Kristalle



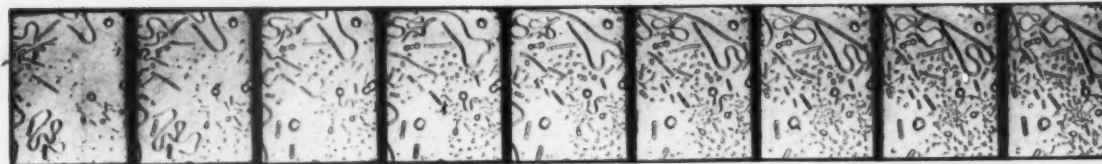
8. Kugelige flüssige Kristalle



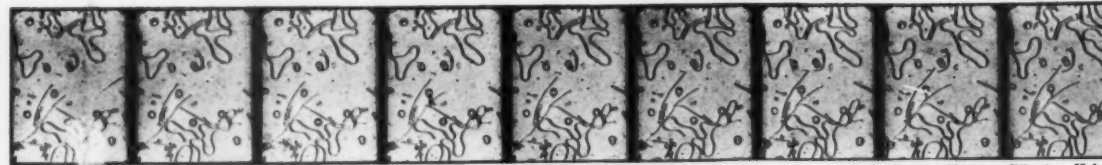
9. Stäbchenförmige flüssige Kristalle



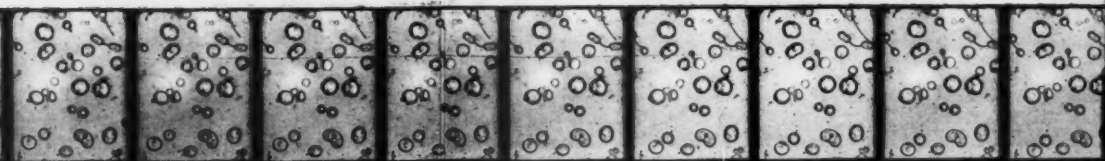
10. Stäbchenförmige flüssige Kristalle



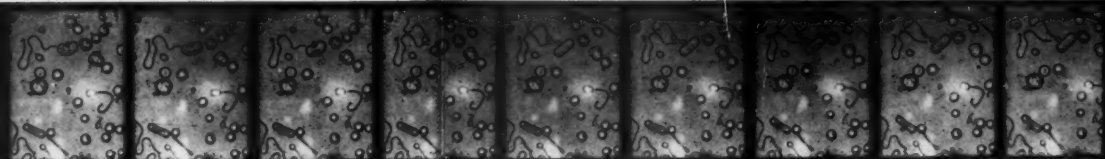
11. Schlangenförmige flüssige Kristalle



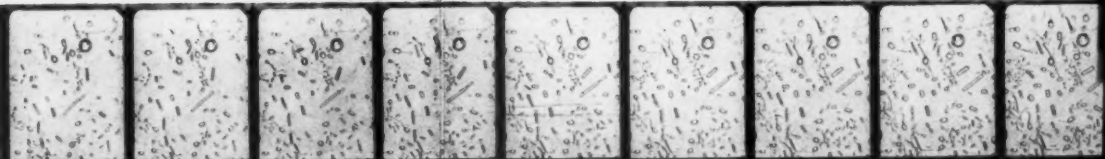
12. Schlangenförmige flüssige Kristalle



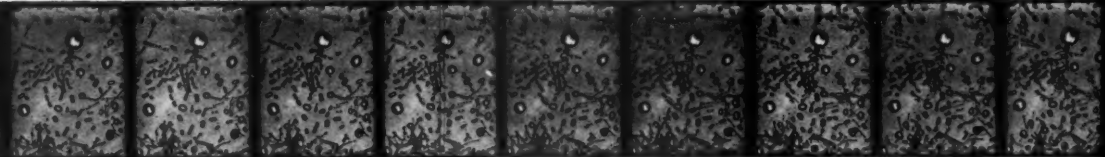
flüssige Kristalle von Paraazoxystyrsäureäthylester aus Monobromnaphthalin in natürlichem Licht.



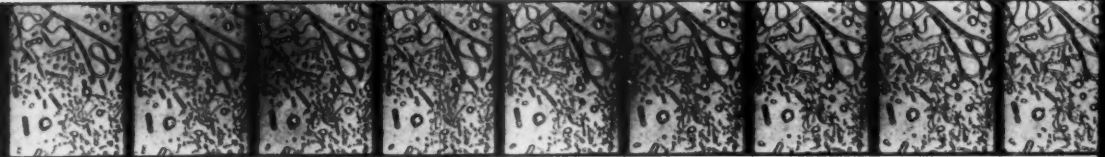
flüssige Kristalle von Paraazoxystyrsäureäthylester aus Monobromnaphthalin in natürlichem Licht.



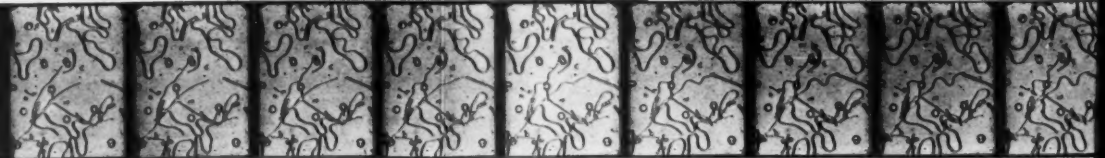
flüssige Kristalle von Paraazoxystyrsäureäthylester aus Monobromnaphthalin in natürlichem Licht.



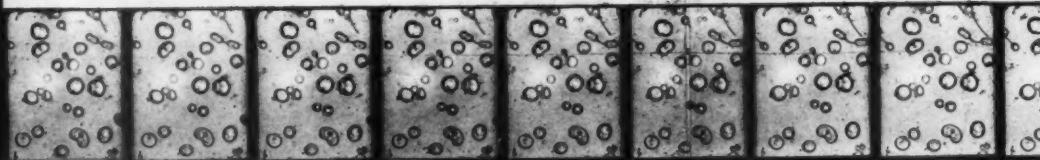
flüssige Kristalle von Paraazoxystyrsäureäthylester aus Monobromnaphthalin in natürlichem Licht.



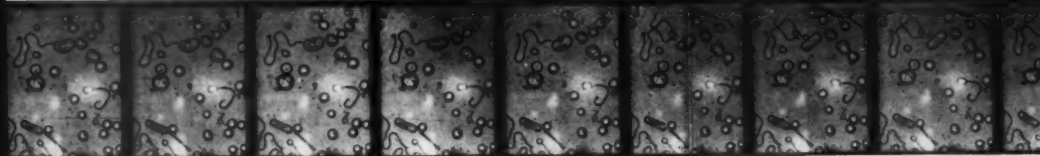
flüssige Kristalle von Paraazoxystyrsäureäthylester aus Monobromnaphthalin in polarisiertem Licht.



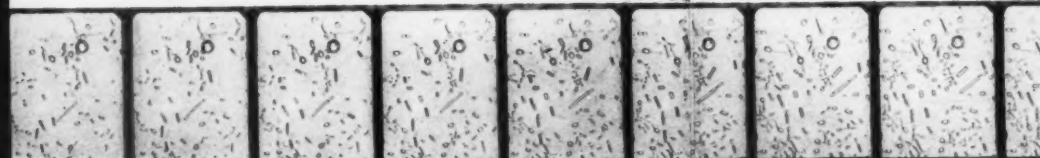
flüssige Kristalle von Paraazoxystyrsäureäthylester aus Monobromnaphthalin in polarisiertem Licht.



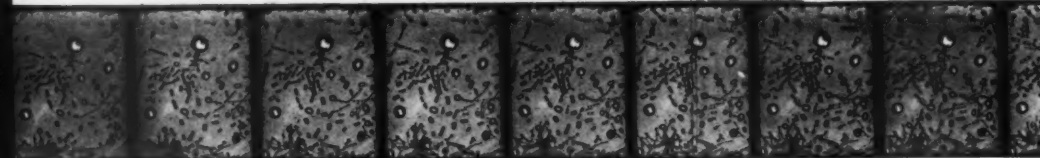
7. Kugelige flüssige Kristalle von Paraazoxyzimtsäureaethylester aus Monobromnaphtalin in natürlichem Licht.



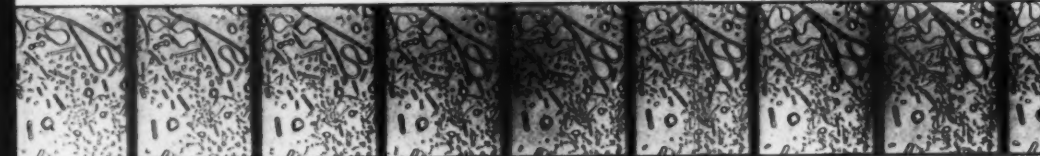
8. Kugelige flüssige Kristalle von Paraazoxyzimtsäureaethylester aus Monobromnaphtalin in natürlichem Licht.



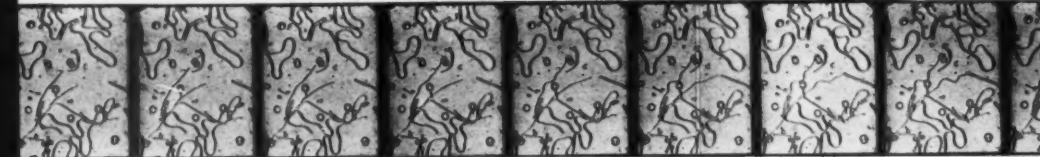
9. Stäbchenförmige flüssige Kristalle von Paraazoxyzimtsäureaethylester aus Monobromnaphtalin in natürlichem Licht.



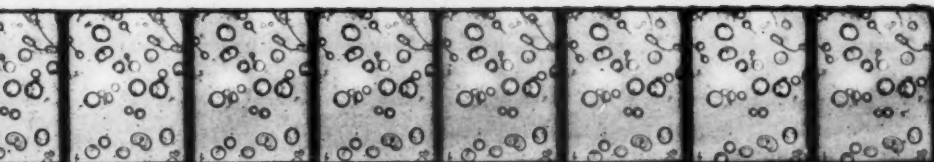
10. Stäbchenförmige flüssige Kristalle von Paraazoxyzimtsäureaethylester aus Monobromnaphtalin in natürlichem Licht.



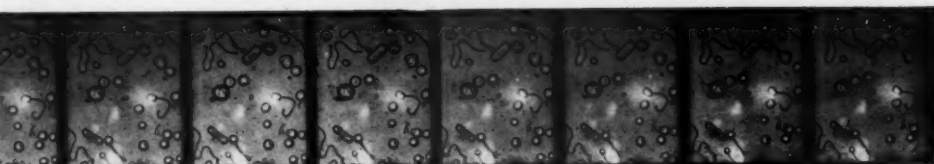
11. Schlangenförmige flüssige Kristalle von Paraazoxyzimtsäureaethylester aus Monobromnaphtalin in polarisiertem Licht.



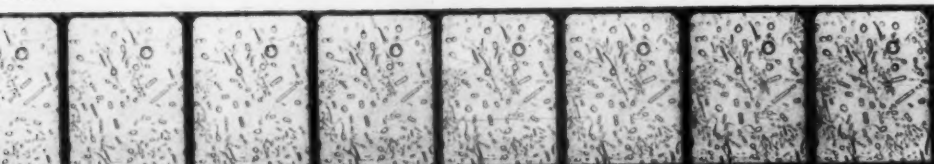
12. Schlangenförmige flüssige Kristalle von Paraazoxyzimtsäureaethylester aus Monobromnaphtalin in polarisiertem Licht.



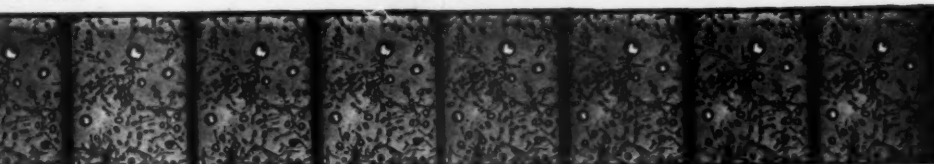
n Licht.



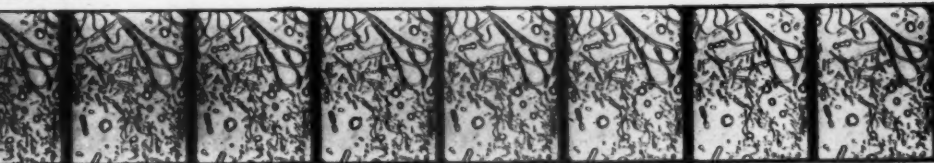
n Licht.



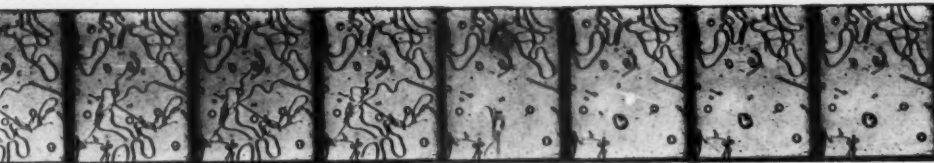
chem Licht.



ichem Licht.



siertem Licht.



siertem Licht.



3. Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien.

V. Feinzerlegung der Wasserstoffserie¹⁾;

von J. Stark.

Inhalt: § 1. Aufgabe. — § 2. Technisches. — § 3. Zahl und Intensitätsverhältnis der elektrischen Komponenten. — § 4. Abhängigkeit des Komponentenabstandes von der Feldstärke. — § 5. Folgerung.

§ 1. Aufgabe.

Das Wasserstoffatom nimmt in chemischer Hinsicht eine ausgezeichnete Stellung unter den übrigen Elementen ein; seine Serie von Spektrallinien hat als Ausgangspunkt und Vorbild für die Ermittlung von Serien anderer Elemente gedient. Aus diesen Gründen besitzt eine eingehende Untersuchung der Zerlegung der Wasserstoffserie durch das elektrische Feld eine grundlegende Bedeutung.

Die Zerlegung der ersten vier Glieder der Wasserstoffserie H_α , H_β , H_γ , H_δ , wie sie in einem mäßig starken Felde bei mäßiger Dispersion und geringer Lichtstärke erscheint, ist bereits an früherer Stelle²⁾ beschrieben worden. Wer die dort mitgeteilten Spektrogramme jener Linien betrachtet, dem wird die Breite und Unschärfe ihrer elektrischen Komponenten auffallen. Und vielleicht ist er zunächst geneigt, den Grund dafür in einer mangelhaften Einstellung des verwendeten Spektrographen (Konkavgitter) zu suchen. Indes kann dies nicht der Grund sein; denn die Komponenten der Heliumlinien, welche mit demselben Apparat erhalten wurden, sind im Vergleich dazu schmaler und schärfer.

Bedenkt man nun, daß die Wasserstofflinien in den Kanalstrahlen überwiegend von bewegten Atomen, die Heliumlinien überwiegend von ruhenden Atomen emittiert werden, so mag

1) Ausgeführt mit Unterstützung des Solvay-Instituts; Nachr. d. Kgl. Gesellschaft d. Wiss. zu Göttingen 1914.

2) J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 43, p. 1017. 1914.

man die Erklärung des Unterschiedes in der Schärfe der elektrischen Komponenten beider Linienarten in folgender Überlegung suchen. Die abbildende Öffnung des verwendeten Spektrographen umfaßt ein endliches Winkelfeld; innerhalb dieses besitzen darum die Kanalstrahlen für einen Teil der Sehachsen eine fortlaufende, für einen anderen Teil eine weglauende Geschwindigkeit, für den dritten Teil die relative Geschwindigkeit Null. Infolge des Dopplereffektes muß darum eine von den bewegten Atomen in den Kanalstrahlen emittierte Linie verbreitert erscheinen, auch wenn die Achse der abbildenden Öffnung senkrecht zur Achse des Kanalstrahlenbündels steht. In der Tat erhält man die Serienlinien des Wasserstoffs für diese Achsenstellung auch ohne die zerlegende Wirkung des elektrischen Feldes in den Kanalstrahlen erheblich breiter als die Bandenlinien des Wasserstoffs oder die überwiegend ruhenden Serienlinien des Heliums.

Wenn man auch die vorstehende Erklärung der Unschärfe der elektrischen Komponenten der Wasserstofflinien zunächst für ausreichend erachten durfte, so mußte sie doch genauer nachgeprüft werden. Es war ja außerdem mit der Möglichkeit zu rechnen, daß die Breite jener Linienkomponenten durch ein Nebeneinanderliegen schärferer Komponenten bedingt wird. Es erhob sich somit die Aufgabe, die zunächst erhaltene Grobzerlegung der Serienlinien des Wasserstoffs durch eine Untersuchung auf eine mögliche Feinzerlegung zu ergänzen.

§ 2. Technisches.

Um eine Feinzerlegung der Wasserstofflinien zu gewinnen, empfiehlt es sich nicht, die Dispersion des anzuwendenden Spektrographen ($1:8,5 \text{ mm}:\text{\AA}$) etwa auf das Doppelte oder Dreifache zu steigern. Eine so große Dispersion liefert nämlich im Zusammenwirken mit dem oben gekennzeichneten Dopplereffekt stark verbreiterte Linienkomponenten; infolge der Verteilung der an sich kleinen Intensität über ihre erhebliche Breite gewinnen dann diese nicht die genügende Schwärzung mehr, um photographisch sichtbar zu werden. Muß man aus diesem Grunde auf eine Steigerung der Dispersion verzichten, so bleibt zum Zweck der Feinzerlegung nur übrig, die zerlegende Feldstärke von dem anfänglich von mir verwendeten Wert ($30000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$) auf das Doppelte oder Dreifache

zu steigern, um so möglicherweise dicht beieinander liegende Komponenten auseinander zu zerren. Dieser Weg hat sich, wie weiter unten dargelegt ist, als gangbar erwiesen. Zunächst sei indes der optische Teil der Untersuchung näher beschrieben.

Wenn auch hinsichtlich der Dispersion keine große Anforderung an die Spektrographen für die Feinzerlegung der Wasserstofflinien gestellt wird, so ist doch großes Gewicht auf eine andere Seite zu legen, nämlich auf die Lichtstärke. Denn erstens ist die Emission des Kanalstrahlenbündels im elektrischen Feld an und für sich nicht intensiv. Zweitens wird eine als Ganzes schon nicht intensive Linie in eine Anzahl von Komponenten zerlegt. Drittens ist deren Intensität sehr verschieden; es kommen unter ihnen solche vor, die zehnmal schwächer sind als die intensivsten Komponenten.

Auf Grund dieser Überlegungen habe ich für die Feinzerlegung der Wasserstofflinien einen Gitter- und einen Prismenspektrographen von folgenden Eigenschaften zurechtgemacht. Ein großes Plangitter, ausgerüstet mit Objektiven von großem Öffnungsverhältnis, ist einem Konkavgitter an Lichtstärke weit überlegen; zudem arbeitet es im Unterschied von diesem stigmatisch, eine Eigenschaft, welche nicht allein die Lichtstärke begünstigt, sondern auch die Inhomogenität des abgebildeten elektrischen Feldes deutlich zu erkennen gestattet. Das von mir verwendete Plangitter hat eine geteilte Fläche von $6,8 \times 9,9$ qcm und 15000 Striche auf dem Zoll; es besitzt seine größte Intensität in der ersten Ordnung auf der einen Seite seiner Normalen; der erste Geist im Blau kommt erst bei beträchtlicher Überlichtung einer Linie heraus. Es ist ausgerüstet mit einem Zeisstessar von 59 cm Brennweite und 1:6,3 Öffnung als Spaltrohrobjektiv, mit einem Zeisstessar von 50 cm Brennweite und 1:4,5 Öffnung als Kameraobjektiv. Diese Objektive liefern von λ 560—420 $\mu\mu$ scharfe Abbildung. Im Rot ist ihre Abbildung zwar mangelhaft, aber doch noch brauchbar; im Violett nimmt ihre Schärfe hinter λ 420 $\mu\mu$ rasch ab. Das Plangitter habe ich so gegen die Achse des Spaltrohres geneigt, daß sich folgende Dispersion ergibt:

$$H_{\alpha} 1: 8,16 \text{ mm} : \text{\AA}; \quad H_{\beta} 1: 16,8 \text{ mm} : \text{\AA}; \quad H_{\gamma} 1: 18,8 \text{ mm} : \text{\AA}.$$

Den für den vorliegenden Zweck verwendeten Prismenspektrographen habe ich, um die Lichtstärke im Violett nicht zu sehr durch die Absorption zu verringern, nur mit einem einzigen Verbundprisma ausgestattet. Sein Spaltobjektiv ist ein Achromat von 1:6,5 Öffnung und 30 cm Brennweite; sein Kameraobjektiv ein Zeisstessar von 1:3,5 Öffnung und 30 cm Brennweite; beide Objektive arbeiten im Violett noch bis λ 390 $\mu\mu$ scharf. Die Dispersion dieses Spektrographen ist für die Feinzerlegung oberhalb λ 440 $\mu\mu$ unzureichend. Dieses Spektralgebiet wird indes von dem Gitterspektrographen beherrscht; unterhalb jener Wellenlänge bis λ 390 $\mu\mu$ dagegen ist der Prismenspektrograph für den vorliegenden Zweck brauchbar und ergänzt somit das Gitter. Bei λ 410 $\mu\mu$ beträgt die Dispersion 1:20,0 mm Å.

Um mit den zwei Spektrographen gleichzeitig Aufnahmen machen zu können, wurden ihre Spaltrohre entgegengesetzt koaxial aufgestellt; mitten zwischen ihnen die Kanalstrahlentröhre. Der übrige Teil der Optik war derselbe, wie er bereits an früherer Stelle beschrieben wurde. Es wurde also das leuchtende Spannungsfeld durch je ein Fenster in der Kanalstrahlentröhre und je eine Wollastonplatte hindurch mittels je eines Zeisstessars (1:3,5 — $f = 5$ cm) auf jeden der zwei Spektrographenspalte scharf abgebildet. Die Belichtungszeiten betrugen 10—24 Stunden.

Bei den ersten Aufnahmen der feinzerlegten Linien war die Kanalstrahlentröhre horizontal gestellt. Dies geschah in folgender Absicht. Die Öffnung des Lichtbündels, welches das Prisma oder das Gitter des Spektrographen verläßt, umfaßt in der Lotrechten ein größeres Winkelfeld als in der Wagrechten; das leuchtende Spannungsfeld besitzt parallel den Elektroden eine größere Ausdehnung als senkrecht dazu. Man hat darum eine größere Gewähr für Füllung der Öffnungen der Spektrographen, wenn man die Achse der Kanalstrahlentröhre horizontal stellt. Obwohl mit Hilfe dieser Aufstellung vorzügliche Spektrogramme erhalten wurden, gab ich sie schließlich aus folgenden Gründen auf. Erstens wird die Röhre in dieser Stellung an ihrer oberen Seite außen weniger gut durch die Luftströmung gekühlt; infolgedessen erwärmt sie sich auf dieser Seite am Spannungsfeld leicht so stark, daß der elektrische Strom zwischen den Elektroden des Span-

nungsfeldes auf die Glaswand überspringt und diese unter Lichtbogenbildung zerstört. Zweitens erhält man nur dann scharfe elektrische Komponenten für diese Stellung, wenn man in der Abbildung des leuchtenden Spannungsfeldes den unmittelbar an der Hilfselektrode liegenden Teil desselben bevorzugt. In diesem Teil ist nämlich das elektrische Feld homogen, in dem an der Kanalstrahlenelektrode liegenden Teil dagegen inhomogen.

Bei den späteren Aufnahmen wurde demgemäß die Kanalstrahlenröhre vertikal aufgestellt. In dieser Stellung wird sie auf allen Seiten gleichmäßig von außen durch die Luftströmung gekühlt. Die Füllung der Objektive ist für sie zwar weniger leicht zu erreichen, besonders schlecht bei kleinem Elektrodenabstand des Spannungsfeldes; indes bietet diese Stellung dafür einen anderen Vorteil. Es wird nämlich das leuchtende Spannungsfeld so abgebildet, daß seine Achse parallel dem Spektrographenspalt steht. Hat darum die Feldstärke entlang der Achse einen variablen Wert, so gibt die Größe der elektrischen Zerlegung der Spektrallinien für die einzelnen Niveauebenen des Spannungsfeldes getrennt die in ihnen herrschenden Feldstärken wieder. Über diesen Punkt wird voraussichtlich Hr. J. Koch (Gothenburg) genauere Mitteilungen machen; hier sei des Verständnisses halber nur folgendes erwähnt. Man erhält für die betrachtete Stellung der Kanalstrahlenröhre, besonders wenn man durch eine geringe Neigung der Röhre die Partie unmittelbar unter den Löchern zu einer intensiven Abbildung bringt, die aus der schematischen

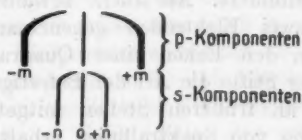


Fig. 1.

Fig. 1 ersichtliche Form von Linienkomponenten; während eine am Ort der unzerlegten Linie auftretende Komponente 0 auf ihrer ganzen Länge gerade ist, erscheinen die seitlichen p - und s -Komponenten ($\pm m$ bzw. $\pm n$) an dem einen Ende gekrümmt. Die gekrümmten Linienteile kommen aus dem an der durchlöcherten Kanalstrahlenelektrode anliegenden Teil

des Spannungsfeldes, die geraden Teile aus demjenigen Teil, welcher an die ebene, lochfreie Hilfselektrode angrenzt. Dies gilt, mag das elektrische Feld die gleiche oder die entgegengesetzte Richtung wie die Kanalstrahlen haben. Hieraus ist zu schließen, daß die Inhomogenität des Feldes und infolgedessen die Krümmung der Linienkomponenten durch die Anwesenheit der Löcher in der Kanalstrahlenelektrode bedingt wird.

Diese Krümmung der Enden von Linienkomponenten bietet die Möglichkeit, eine Linie neben dem Orte einer unzerlegten Linie sofort als seitliche Komponente von dieser zu erkennen und von einer fremden Linie, etwa einer Bandenlinie, zu unterscheiden. So konnte ich von dieser Möglichkeit Gebrauch machen, um gewisse Linien, über deren Zugehörigkeit ich früher im Zweifel war, endgültig als elektrische Komponenten der Wasserstofflinien nachzuweisen.

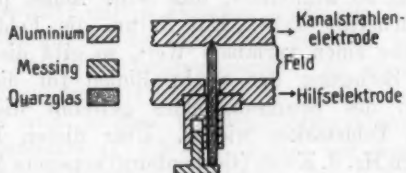


Fig. 2.

Die Anwendung sehr starker elektrischer Felder zum Zweck der Feinzerlegung machte eine Vorrichtung notwendig, welche eine Verstellung der Elektroden des Spannungsfeldes gegeneinander verhindert. Als solche bewährte sich die Feststellung dieser zwei Elektroden gegeneinander durch vier Quarzglasstifte in den Ecken eines Quadrates. Aus Fig. 2 ist an einem dieser Stifte die Art der Befestigung zu erkennen.

Wie bereits an früheren Stellen mitgeteilt wurde, läßt sich eine Zerlegung von Spektrallinien erhalten, sowohl wenn die Kanalstrahlen und das zerlegende elektrische Feld dieselbe Richtung (Gleichschaltung) als auch wenn sie entgegengesetzte Richtung (Gegenschaltung) zueinander haben; die Zerlegungen sind in diesen zwei Fällen dieselben, nur ist bei den Serienlinien des Wasserstoffs das Intensitätsverhältnis¹⁾ lang- und kurzwelliger Komponenten gleicher Nummer für

1) H. Lunelund, Ann. d. Phys. 45. p. 517. 1914.

die zwei Schaltungen verschieden. Soweit man nicht dieses Intensitätsverhältnis zum Gegenstand einer Untersuchung machen will, ist die Gegenschaltung der Gleichschaltung aus folgenden Gründen vorzuziehen.

Erstens läßt die Gegenschaltung eine größere Stärke des Kanalstrahlenstromes und darum eine größere Lichtintensität im Spannungsfelde zu. Es erwärmt sich nämlich die Anode des Kanalstrahlenstromes einmal unter dem Einfluß der eigenen Kathodenstrahlen dieses Stromes, sodann unter dem Einfluß der aus dem Spannungsfeld durch die Löcher in der Kathode kommenden Strahlen, also der Kathodenstrahlen im Falle der Gleichschaltung, der Kanalstrahlen im Falle der Gegenschaltung. Diese zweite Erwärmung ist bei Gleichschaltung größer als bei Gegenschaltung. Es kann darum in diesem Falle der Kanalstrahlenstrom, welcher die Lichtemission im Spannungsfeld anregt, stärker als in jenem Falle gewählt werden.

Zweitens liefert die Gegenschaltung eine größere Feldstärke, und somit eine größere Zerlegung als die Gleichschaltung bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstand im Stromkreis des Spannungsfeldes. Es fließt nämlich durch dieses, wie ich an früherer Stelle darlegte, immer ein elektrischer Strom; je stärker dieser ist, desto mehr Spannungsabfall legt sich auf den Vorschaltwiderstand unter Verringerung der auf dem Spannungsfeld liegenden Spannungsdifferenz. Nun ist im Falle der Gleichschaltung die Stromstärke durch das Spannungsfeld sehr viel größer als bei Gegenschaltung. Erzeugt man darum den Kanalstrahlenstrom mit dem Induktorium, so erhält man auch bei gleicher stationärer Einstellung des Elektrometers, welches die Spannungsdifferenz auf dem Spannungsfeld mißt, bei Gleichschaltung eine um 10—20 Proz. kleinere Zerlegung als bei Gegenschaltung. Zudem sind in jenem Falle infolge der größeren Spannungsschwankungen die Linienkomponenten breiter und unschärfer.

In den meisten Aufnahmen diente ein Induktorium zur Erzeugung des Primärstromes. Um zu prüfen, ob die erhaltene Feinzerlegung der Wasserstofflinien nicht vielleicht durch Schwankungen in der Stärke des Kanalstrahlenstromes vorgetäuscht werde, machte ich auch zwei Aufnahmen, in denen zur Erzeugung des Kanalstrahlenstromes eine zwanzig-

plattige Influenzmaschine diente. Wegen der geringeren Stromstärke und somit geringeren Lichtstärke erhielt ich zwar nur die intensiven Komponenten der Feinzerlegung, aber in gleicher Zahl und in gleichem Abstand wie mit dem Induktorium.

Zur Herstellung des Spannungsfeldes standen mir eine Schuckertdynamo von 5000, eine Bornhäuserbatterie von 6000 Volt und eine Klingelfußbatterie von 4000 Volt zur Verfügung. Ich erhielt die Feinzerlegung mit 10000 Volt Batteriespannung ebenso wie mit 15000 Volt Spannung, wenn die Dynamo hinzugenommen wurde. So war erwiesen, daß die Feinzerlegung auch nicht durch ein Schwanken der Dynamo-spannung vorgetäuscht sein konnte.

§ 3. Zahl und Intensitätsverhältnis der elektrischen Komponenten.

Nachdem einmal mehr Komponenten in der Feinzerlegung als in der Grobzerlegung aufgefunden waren, mußte ein Ziel der vorliegenden Untersuchung sein, wenn möglich sämtliche Komponenten einer zerlegten Linie zu ermitteln. Ich muß leider gestehen, daß es mir nicht gelang, diese Aufgabe vollständig zu lösen. Der Grund liegt darin, daß die Intensitäten der elektrischen Komponenten einer Linie außerordentlich große Unterschiede zeigen; es ist darum mit der Möglichkeit zu rechnen, daß außer den beobachteten wenig intensiven Komponenten noch weitere Komponenten vorkommen, welche noch lichtschwächer sind und darum in meinen Spektrogrammen unterbelichtet blieben. Mit Sicherheit möchte ich diesen Fall bei der Linie H_α vermuten. Bei dieser Linie waren nämlich einerseits selbst die neun intensivsten Komponenten kaum normal belichtet; andererseits läßt die Analogie zu den übrigen Linien der Serie vermuten, daß auch bei H_α die Zahl der Komponenten von der Ordnung 30 ist. Was die Linien H_β , H_γ und H_δ betrifft, so ist ihre Komponentenzahl wohl annähernd richtig; immerhin können auch bei ihnen noch weitere, sehr wenig intensive Komponenten vorkommen und, auch hiervon abgesehen, muß ich einige der für sie im Nachstehenden angegebenen Komponenten als fraglich bezeichnen, da sie entweder nur zweifelhaft schwach herauskamen, oder weil sie in den Gitterspektrogrammen am Orte möglicher Geister liegen.

Während im Zeemaneffekt die magnetischen Komponenten einer Linie alle eine Intensität von der gleichen Ordnung haben, zeigt sich im elektrischen Effekt einer Linie die bemerkenswerte Erscheinung, daß ihre elektrischen Komponenten in weiten Grenzen voneinander verschieden sind. Es ist möglich, daß in dieser Erscheinung eine wichtige Eigenart der Anordnung oder Dynamik der Serienelektronen eines Atoms zum Ausdruck kommt. Aus diesem Grund schien es mir wünschenswert, über das Intensitätsverhältnis der elektrischen Komponenten einer Serienlinie genauere Angaben zu machen, als etwa durch die übliche rohe Abschätzung des Verhältnisses ihrer Schwärzungen.

Für diesen Zweck lag folgendes von mir und Hrn. Lunde-
lund mehrfach erprobte Verfahren nahe.¹⁾ Es seien S_1 und S_2
normale Schwärzungen zweier Komponenten einer Linie in
demselben Spektrogramm; dann ist das Intensitätsverhältnis
dieser Komponenten

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{\frac{S_1 - S_2}{m}},$$

wo der Intensitätsexponent m eine für die verwendete Platten-
sorte zu ermittelnde Konstante ist. Da die Intensitäten der
elektrischen Komponenten der Wasserstofflinien sehr ver-
schieden sind, erscheinen sie im allgemeinen nicht alle in dem-
selben Spektrogramm normal geschwärzt. Darum mußte ich
die Intensitätsverhältnisse an zwei Spektrogrammen ermitteln,
an einem, in welchem die schwachen und mittelstarken Kom-
ponenten normal geschwärzt waren, und an einem anderen
Spektrogramm, in welchem die mittelstarken und starken
Komponenten normale Schwärzung aufwiesen. Das Vor-
kommen der mittelstarken Komponenten in den zwei Mes-
sungsreihen ermöglichte dann die Umrechnung der Intensitäts-
verhältnisse auf eine einzige Skala.

In den nachstehenden Tabellen und Zeichnungen ist inner-
halb der Reihe der p - oder der s -Komponenten die relative
Intensität 1 der schwächsten Komponente gegeben. Die an-
gegebenen relativen Intensitäten gelten nur innerhalb einer
Reihe von p - oder von s -Komponenten, nicht von einer p - zu

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 85. p. 461. 1911; Ber. d. Münch. Akad.
1914, p. 205.

einer s-Reihe oder von einer Linie zu einer anderen. Zudem ist wegen der Schwierigkeiten der ganzen Untersuchung ihre Genauigkeit nicht hoch anzuschlagen.

Es ist noch ein Wort über das Intensitätsverhältnis lang- und kurzwelliger Komponenten gleicher Nummer zu sagen. Dieses kehrt sich ja um, wenn die Feldrichtung in bezug auf die Kanalstrahlenrichtung umgekehrt wird. Diese Erscheinung gilt auch für den Fall der Feinerlegung¹⁾, wie ich für alle untersuchten Linien H_α , H_β , H_γ , H_δ neuerdings feststellte. Da es sich hier um das Intensitätsverhältnis von Komponenten verschiedener Nummer handelt, habe ich bei seiner Berechnung das Mittel aus den Schwärzungen der lang- und kurzwelligen Komponenten gleicher Nummer genommen und diesen die gleiche relative Intensität gegeben.

Was den Abstand einer kurz- und einer langwelligen Komponente von der unzerlegten Linie betrifft, so habe ich bereits an einer anderen Stelle²⁾ die Schwierigkeiten dargelegt, über eine etwaige Dissymmetrie zuverlässige Angaben zu machen. Diese Dissymmetrie ist, wenn sie überhaupt vorhanden ist, nur gering und bedarf einer besonderen Untersuchung. Ich habe darum in der vorliegenden Arbeit von einer Verfolgung dieses Punktes abgesehen und habe auch für den Abstand einer kurz- und einer langwelligen Komponente gleicher Nummer den Mittelwert aus ihren gemessenen Abständen in die Tabellen eingetragen.

Die weiter unten mitgeteilten Zahlen für die Linien H_α , H_β , H_γ , H_δ sind von Spektrogrammen derselben Aufnahme abgenommen, in denen die Feldstärke 104000 Volt \times cm⁻¹ betrug.

Endlich ist noch ein Wort zu sagen zu dieser Angabe der Feldstärke in den folgenden Tabellen. Nach den bis jetzt vorliegenden Messungen darf es als sicher gelten, daß der Komponentenabstand in der Grobzerlegung proportional der Feldstärke ist. Dagegen kann der absolute Wert des Verhältnisses

<u>Komponenten-Abstand</u>
<u>Feldstärke</u>

1) H. Lunelund, l. c.

2) J. Stark, Die elektrische Spektralanalyse chemischer Atome. S. Hirzel, Leipzig 1914. p. 60.

noch nicht als genau bezeichnet werden, wie ich an anderer Stelle („Die elektrische Spektralanalyse“, p. 38) dargelegt habe. Gemäß dem hier gemachten Vorschlag habe ich darum die Feldstärke aus der Zerlegung berechnet unter Annahme des Wertes

$$3,0 \cdot 10^{-4} \frac{\text{\AA}}{\text{Volt} \times \text{cm}^{-1}}$$

für die intensivsten p -Komponenten von H_β .

Tabelle I.

Elektrische Komponenten von H_α in einem Felde von $104000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ bei $1:8,15 \text{ mm}:\text{\AA}$ Dispersion.

Komponenten-art	Komponenten-nummer	Abstand von Mitte in \AA	Intensität
p -Komponenten	3	11,5	1,2
	2	8,8	1,1
	+1	+6,2	1
	-1	-6,2	1
	2	8,8	1,1
	3	11,5	1,2
s -Komponenten	+1	+2,6	1
	0	0	2,6
	-1	-2,6	1

Tabelle II.

Elektrische Komponenten von H_β in einem Felde von $104000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ bei $1:16,8 \text{ mm}:\text{\AA}$ Dispersion.

Komponenten-art	Komponenten-nummer	Abstand von Mitte in \AA	Intensität	Bemerkungen
p -Komponenten	6	19,4	1	fraglich
	5	16,4	11,5	
	4	13,2	9,1	
	3	10,0	4,8	
	2	6,7	1	
	+1	+3,3	1,2	
	0	0	1,4	
	-1	-3,3	1,2	
	2	6,7	1	
	3	10,0	4,8	
	4	13,2	9,1	
	5	16,4	11,5	
	6	19,4	1	fraglich

Tabelle II (Fortsetzung).

Komponenten- art	Komponenten- nummer	Abstand von Mitte in Å	Intensität	Bemerkungen
s-Komponenten	6	19,3	1	fraglich
	5	16,4	1,1	
	4	13,2	1,3	
	3	9,7	9,7	
	2	6,6	12,6	
	+1	+3,4	3,3	
	0	0	1,4	fraglich
	-1	-3,4	3,3	
	2	6,6	12,6	
	3	9,7	9,7	
	4	13,2	1,3	
	5	16,4	1,1	
	6	19,3	1	

Tabelle III.

Elektrische Komponenten von H_γ in einem Felde von
104000 Volt \times cm⁻¹ bei 1 : 18,3 mm : Å Dispersion.

Komponenten- art	Komponenten- nummer	Abstand von Mitte in Å	Intensität	Bemerkungen
p-Komponenten	7	29,4	1	fraglich
	6	23,9	10,8	
	5	19,9	7,2	
	4	15,9	2,0	
	3	10,6	1	
	2	6,6	1,5	
	+1	+2,7	1,6	fraglich
	-1	-2,7	1,6	
	2	6,6	1,5	
	3	10,6	1	
	4	15,9	2,0	
	5	19,9	7,2	
	6	23,9	10,8	
	7	29,4	1	
s-Komponenten	6	26,3	1,1	
	5	22,8	1	
	4	17,3	6,1	
	3	13,3	4,3	
	2	9,7	1,2	
	+1	+3,9	3,6	
	0	0	7,2	
	-1	-3,9	3,6	
	2	9,7	1,2	
	3	13,3	4,3	
	4	17,3	6,1	
	5	22,8	1	
	6	26,3	1,1	

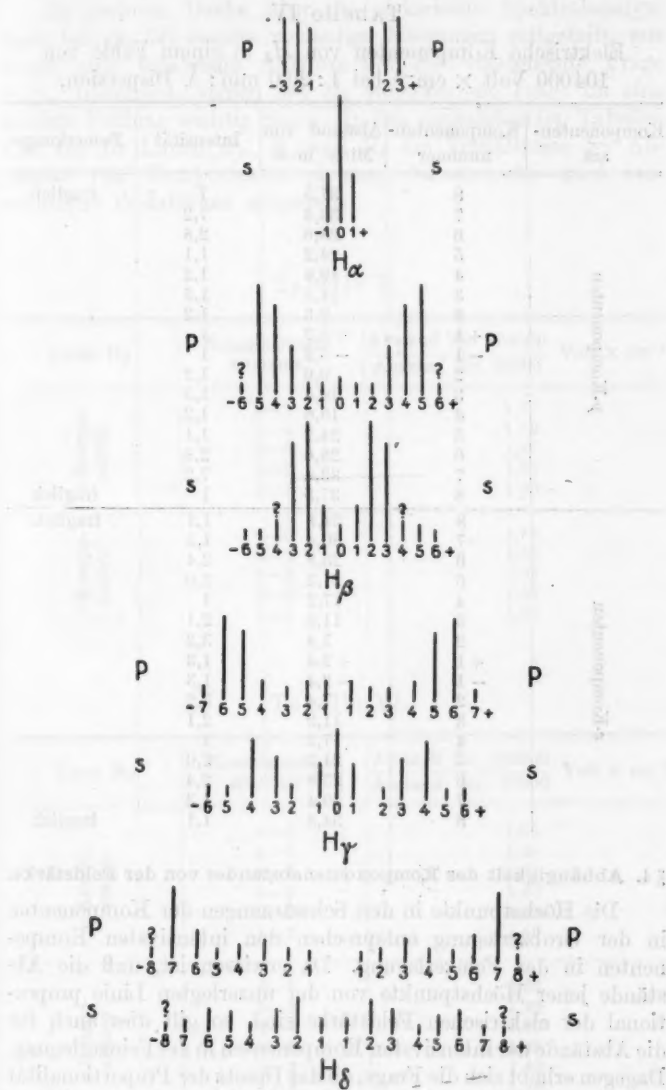


Fig. 3.

Tabelle IV.

Elektrische Komponenten von H_β in einem Felde von
104000 Volt \times cm $^{-1}$ bei 1 : 20,0 mm : Å Dispersion.

Komponenten- art	Komponenten- nummer	Abstand von Mitte in Å	Intensität	Bemerkungen
<i>p</i> -Komponenten	8	37,5	1	fraglich
	7	33,4	7,2	
	6	28,6	2,8	
	5	24,2	1,1	
	4	19,6	1,2	
	3	14,4	1,5	
	2	9,6	1,2	
	+1	+5,2	1	
	-1	-5,2	1	
	2	9,6	1,2	
	3	14,4	1,5	
	4	19,6	1,2	
	5	24,2	1,1	
	6	28,6	2,8	
	7	33,4	7,2	
	8	37,5	1	
<i>s</i> -Komponenten	8	34,8	1,1	fraglich
	7	30,4	1,3	
	6	25,8	2,4	
	5	21,2	2,0	
	4	17,2	1	
	3	11,9	2,1	
	2	7,4	3,2	
	+1	+2,4	1,3	
	-1	-2,4	1,3	
	2	7,4	3,2	
	3	11,9	2,1	
	4	17,2	1	
	5	21,2	2,0	
	6	25,8	2,4	
	7	30,4	1,3	
	8	34,8	1,1	

§ 4. Abhängigkeit des Komponentenabstandes von der Feldstärke.

Die Höchstpunkte in den Schwärzungen der Komponenten in der Grobzerlegung entsprechen den intensivsten Komponenten in der Feinzerlegung. Da erwiesen ist, daß die Abstände jener Höchstpunkte von der unzerlegten Linie proportional der elektrischen Feldstärke sind, so gilt dies auch für die Abstände der intensivsten Komponenten in der Feinzerlegung. Dagegen erhebt sich die Frage, ob das Gesetz der Proportionalität auch für die übrigen Komponenten der Feinzerlegung gilt.

In meinem Buche über die elektrische Spektralanalyse habe ich (p. 59) bereits vorläufige Messungen mitgeteilt, aus denen eine bejahende Antwort auf die vorstehende Frage folgt. Gleichwohl schien mir die aufgeworfene Frage für eine erneute Prüfung wichtig genug. In den nachstehenden Tabellen sind für die Linien H_β , H_γ und H_δ die Verhältnisse der Abstände von Komponenten gleicher Nummer für zwei verschiedene Feldstärken mitgeteilt.

Tabelle V.

Linie H_β	Komponentennummer	Abstand für 104000	Volt \times cm $^{-1}$
		Abstand für 76000	
p-Komponenten	5-5	1,37	
	4-4	1,39	
	3-3	1,37	
	2-2	1,37	
	1-1	1,38	
s-Komponenten	6-6	1,36	
	5-5	1,32	
	3-3	1,31	
	2-2	1,37	
	1-1	1,33	

Tabelle VI.

Linie H_γ	Komponentennummer	Abstand für 104000	Volt \times cm $^{-1}$
		Abstand für 75000	
p-Komponenten	6-6	1,35	
	5-5	1,40	
	4-4	1,31	
	3-3	1,40	
	2-2	1,40	
	1-1	1,40	
s-Komponenten	6-6	1,39	
	5-5	1,40	
	4-4	1,40	
	3-3	1,40	
	2-2	1,40	
	1-1	1,38	

Tabelle VII.

Linie H_γ	Komponenten- nummer	Abstand für 104000	Volt \times cm $^{-1}$
		Abstand für 64000	
<i>p</i> -Komponenten	6-6	1,60	
	5-5	1,65	
	4-4	1,66	
	3-3	1,60	
	2-2	1,60	
	1-1	1,70	
<i>s</i> -Komponenten	4-4	1,61	
	3-3	1,61	
	1-1	1,64	

Tabelle VIII.

Linie H_γ	Komponenten- nummer	Abstand für 104000	Volt \times cm $^{-1}$
		Abstand für 64000	
<i>p</i> -Komponenten	7-7	1,62	
	6-6	1,63	
	5-5	1,61	
	3-3	1,63	
	2-2	1,60	
<i>s</i> -Komponenten	6-6	1,60	
	5-5	1,60	
	3-3	1,60	
	2-2	1,65	
	1-1	1,65	

Wie aus den vorstehenden Tabellen hervorgeht, ist innerhalb der Beobachtungsfehler das Verhältnis der Abstände der Komponenten gleicher Nummer von der unzerlegten Linie für verschiedene Feldstärken unabhängig von der Nummer, also für alle Nummern dasselbe. Das System der elektrischen *p*- und *s*-Komponenten einer Linie bleibt sich somit bei Änderung der zerlegenden Feldstärke ähnlich; und da der Abstand der intensivsten Komponenten proportional der Feldstärke ist, so gilt dies demnach auch für alle anderen Komponenten.

§ 5. Folgerung.

Von grundlegender Bedeutung sind folgende Tatsachen. Die Serienlinien des Wasserstoffs werden in eine große Anzahl von *p*- und *s*-Komponenten symmetrisch durch ein elektrisches

Feld zerlegt. Der relative Abstand und das Intensitätsverhältnis der Komponenten ist von Linie zu Linie verschieden. Nach der Untersuchung von J. Koch¹⁾ zeigen auch die Linien der diffusen Nebenserien des Heliums in der Feinzerlegung eine Anzahl von elektrischen Komponenten; indes sind deren Abstände und Intensitäten dissymmetrisch zur unzerlegten Linie.

Aus dem Zusammenhalten dieser Tatsachen läßt sich folgern, daß die Anordnung und das Intensitätsverhältnis im elektrischen Komponentensystem einer Serienlinie des Wasserstoffs bedingt ist durch die Struktur des Atoms, insbesondere durch die räumliche Anordnung negativer Elektronen, da ja die Zentren der Serienlinien gemäß dem Zeemaneffekt negative Elektronen sind.

Jene Tatsachen und diese Folgerung schließen die Annahme aus, daß im Wasserstoffatom nur ein einziges Elektron vorkommt, das bei seiner Beschleunigung relativ zu einem positiven Kern die Serienlinien zur Emission bringt.

Vielmehr ist zu folgern, daß selbst an der Emission einer einzigen Serienlinie im einzelnen Wasserstoffatom mehrere Elektronen beteiligt sind. Im nichtdeformierten Atom, so ist zu schließen, besitzen alle diese Elektronen dieselben Freiheitsgrade; auch ein magnetisches Feld deformiert nicht merklich das Atom, sondern legt die drei Freiheitsgrade aller gleichartigen Elektronen einer Linie qualitativ und quantitativ übereinstimmend auseinander; ein elektrisches Feld dagegen deformiert das Atom derartig, daß wenigstens für eine ganze Anzahl der Elektronen einer Serienlinie die Freiheitsgrade hinsichtlich der Frequenz und der Intensität voneinander verschieden werden.

1) Vorläufiger Bericht in meinem Buche: Die elektrische Spektralanalyse chemischer Atome, p. 73.

Aachen, Physik. Institut der Technischen Hochschule,
25. Oktober 1914.

(Eingegangen 21. August 1915.)

4. Beobachtungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien.

VI. Polarisierung und Verstärkung einer Serie; von J. Stark.

Inhalt: § 1. Einleitung. — § 2. Methoden. — § 3. Elektrische Verschiebung der Linien der dritten Li-Nebenserie. — § 4. Elektrische Polarisierung der Linien der dritten Li-Nebenserie. — § 5. Verstärkung der dritten Li-Nebenserie durch das elektrische Feld. — § 6. Anregung der Emission der dritten Li-Nebenserie. — § 7. Die dritte Li-Nebenserie im Lichtbogen. — § 8. Zur Deutung der neuen Erscheinungen.

§ 1. *Einleitung.* — In dieser Mitteilung wird die neue Erscheinung beschrieben, daß gewisse Serienlinien durch das elektrische Feld, ohne merklich zerlegt zu werden, teilweise polarisiert werden. Es seien zuvor kurz die Ideen dargelegt, welche mich dazu führten, jene Erscheinung zu suchen und, als sie mir entgegentrat, zu erkennen.

Berzelius hat vor etwa hundert Jahren die Hypothese aufgestellt, daß ein chemisches Atom positive und negative elektrische Pole besitze. Diese allgemeine Polaritätshypothese von Berzelius ist in der von mir aufgestellten Valenzelektronhypothese¹⁾ enthalten; nach dieser stehen jedenfalls bei gewissen Elementen an der Oberfläche der Atome negative Elektronen in einer Gleichgewichtslage ausgedehnten positiven Flächen²⁾ gegenüber. Gemäß dieser Annahme kann ein chemisches Atom, sei es im neutralen oder ionisierten Zustand, als ein elektrischer Dipol eine elektrische Hauptachse und ein elektrisches Moment \mathcal{M} besitzen; in einem äußeren elektrischen Feld von der Stärke \mathcal{E} wird es dann unter der Richtkraft $\mathcal{M}\mathcal{E}$

1) Vgl. J. Stark, Die Elektrizität im chemischen Atom. S. Hirzel, Leipzig 1915. § 9.

2) Der Ausdruck „positive Fläche“ soll nicht besagen, daß notwendig in der Fläche selbst positive Elektrizität liegt, sondern es soll mit ihm nur ausgedrückt sein, daß durch die Fläche hindurch nach positiver Ladung in ihrem Inneren zu elektrische Kraftlinien eintreten, welche von vergleichlich punktförmigen Valenzelektronen ausstrahlen.

seine Hauptachse parallel der Achse des elektrischen Feldes zu stellen suchen. Ich habe bereits in meiner Schrift¹⁾ „Die elektrische Spektralanalyse chemischer Atome“ die Bedeutung der Einstellung der elektrischen Atomachsen für die Schärfe der elektrischen Komponenten von Serienlinien besprochen.

Eine andere für das Folgende bedeutsame Idee betrifft ebenfalls die Struktur und Dynamik des chemischen Atoms. Kommen nämlich in diesem Elektronen in bestimmter Anordnung vor und können sie bei Schwingungen in Achsen von bestimmter Lage zu Hauptachsen des Atoms Licht emittieren, dann dürfen wir mit dem Fall rechnen, daß die emittierten Lichtschwingungen nicht für alle Achsen der Schwingungen gewisser Elektronen die gleiche Intensität besitzen, sondern daß z. B. überwiegend nur die Schwingungen parallel der elektrischen Hauptachse oder die Schwingungen senkrecht dazu Licht emittieren. Auch diese Idee habe ich bereits in meiner Schrift „Die elektrische Spektralanalyse“ p. 120 im Zusammenhang mit der Zuordnung der elektrischen Komponenten der Wasserstoffserienlinien besprochen.

Faßt man die zwei vorstehenden Ideen, elektrische Polarität des Trägers einer Serienlinie und Anisotropie ihrer Emission in bezug auf Atomachsen, zusammen, so darf man den Sonderfall erwarten, daß durch das elektrische Feld in einem Aggregat leuchtender Atome gewisse ihrer Serienlinien teilweise polarisiert werden, indem die Atome dank ihrem elektrischen Moment angenähert parallel gestellt werden und dann die Zentren jener Serienlinien ebenfalls angenähert nur in Schwingungen parallel der Feldachse Licht emittieren.

In Anbetracht der großen Bedeutung des Nachweises einer „elektrischen Polarisierung“ von Serienlinien für die Erforschung der Atomstruktur habe ich von Beginn meiner Untersuchungen über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien auf das Verhältnis der Intensitäten der parallel und der senkrecht zum Feld erfolgenden Schwingungen einer Linie (p - und s -Komponenten) mein Augenmerk gerichtet gehalten. Es standen einem Erfolg zunächst folgende Schwierigkeiten und Einschränkungen im Wege.

Für die Feststellung einer elektrischen Polarisierung sind solche Serienlinien, so diejenigen des Wasserstoffs, ungeeignet,

1) Erschienen bei S. Hirzel, Leipzig 1914.

die überwiegend von bewegten Kanalstrahlenteilen selbst emittiert werden. Denn wie ich zusammen mit Hrn. Lunelund¹⁾ feststellte, ist die Emission bewegter Serienlinien durch ein Kanalstrahlenbündel in bezug auf dessen Achse teilweise polarisiert. Die *H*-Serienlinien konnten also für den angestrebten Zweck nicht in Betracht kommen, vielmehr nur solche Linien, wie diejenigen des Heliums, welche von einem Kanalstrahlenbündel überwiegend in ruhender Intensität zur Emission gebracht werden. Noch mehr erschienen die Linien von Alkalien, insbesondere von Lithium, geeignet, welche dadurch in einem Gasraum zur Emission kommen, daß Kanalstrahlen von genügender kinetischer Energie auf feste Salze auffallen.

Die Suche nach der elektrischen Polarisierung ist ferner bei solchen Serienlinien unmöglich, welche durch das elektrische Feld zerlegt werden, in diesem also mehr als eine *p*- und mehr als eine *s*-Komponente aufweisen. Es lassen sich ja die Intensitäten der *p*-Komponenten auf der photographischen Platte nicht addieren und mit der ebensowenig zugänglichen Summe der Intensitäten der *s*-Komponenten vergleichen. Für die geplante Untersuchung kommen also nur solche Linien in Betracht, welche im elektrischen Feld nur eine einzige *p*- und eine einzige *s*-Komponente besitzen; deren Intensitäten können dann auf photographischem Wege miteinander verglichen werden. Hierbei sind die zwei Fälle zulässig, daß die *p*- und die *s*-Komponente gleiche oder verschiedene Wellenlängen besitzen.

Die Grobzerlegung²⁾ der Li-Linien hatte ich bereits zusammen mit Hrn. Kirschbaum untersucht; das dabei verwandte Konkavgitter war lichtschwach und gestattete nur eben die Untersuchung der stärksten Linien auf ihre elektrische Zerlegung; hierauf allein richteten wir unser Augenmerk. Es ergab sich, daß wohl das zweite, dritte und vierte Glied der ersten Nebenserie in mehrere *p*- und *s*-Komponenten zerlegt werden, daß dagegen das erste Glied dieser Nebenserie, das erste und zweite Glied der zweiten Nebenserie und das erste der Hauptserie unter den angewandten Versuchsbedingungen nur eine *p*- und eine *s*-Komponente aufweisen. Hierüber habe

1) J. Stark u. H. Lunelund, Ann. d. Phys. 46, p. 68. 1914.

2) J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 49, p. 1029. 1914.

ich bereits Mitteilung gemacht. Ich habe indes in jener Mitteilung nicht erwähnt, daß auf unseren Li-Spektrogrammen auch zwei Linien einer dritten Nebenserie auftraten; anscheinend besaßen sie auch nur eine p - und eine s -Komponente im elektrischen Feld. Da diese Linien indes nur sehr schwach herauskamen, so wollte ich über sie keine Aussage machen, behielt mir vielmehr ihre Untersuchung mit verbesserten Hilfsmitteln vor.

Nach diesen vorbereitenden Resultaten erschien mir das Li-Spektrum für die Suche nach der elektrischen Polarisierung von Serienlinien besonders geeignet. Erstens ist die Intensität der Li-Linien unter den von mir angewandten Bedingungen fast ausschließlich ruhend; zweitens besitzen die ersten Linien der Hauptserie und der ersten Nebenserie, die Linien der zweiten und der dritten Nebenserie nur eine p - und eine s -Komponente; es stehen also für die Prüfung auf elektrische Polarisierung vier verschiedene Linienarten zur Verfügung. Nachdem ich darum einen Spektrographen von großer Lichtstärke zurechtgemacht und eine photographisch-photometrische Methode erprobt hatte, nahm ich die geplante Suche nach der elektrischen Polarisierung in Angriff. Bereits die ersten neuen Aufnahmen lieferten mir die Gewißheit, daß die Li-Linien der dritten Nebenserie durch das elektrische Feld polarisiert werden, während die übrigen Li-Linien diese Erscheinung jedenfalls nicht in dem gleichen Maße zeigen. Die genauere Untersuchung der Hauptserie, der ersten und zweiten Nebenserie übertrug ich dann Hrn. Lüssem, er wird darüber an anderer Stelle ausführlich berichten, hier seien nur seine Resultate zum Vergleich herangezogen. Ich selbst führte die eingehende Untersuchung der Linien der dritten Nebenserie durch; sie ist im nachstehenden mitgeteilt.

§ 2. *Methoden.* — Die in der vorliegenden Untersuchung angewandten Methoden stimmen in der Hauptsache mit früher verwendeten überein. So wurde die Emission der Li-Linien wie früher¹⁾ dadurch bewirkt, daß Kanalstrahlen gegen eine ebene Schicht von Chlorlithium auf einer Hilfselektrode hinter der Kathode geworfen wurden; zwischen dieser und der Hilfselektrode in dem Gebiet der Li-Emission wurde ein starkes

1) Vgl. J. Stark, Elektrische Spektralanalyse, p. 25.

elektrisches Feld aufrechterhalten. Die Hilfselektrode war hierbei positiv; die aus den Kanälen der Kathode austretenden Kanalstrahlen wurden also, soweit sie positiv geladen waren, durch das Feld verzögert; die in dem Feld selbst erzeugten Ionen, so die Li-Atomionen, wurden nach der Kathode zu beschleunigt. Zur Füllung der Kanalstrahlenröhre diente Sauerstoff; dieser wurde beständig aus Kaliumpermanganat mittels elektrischer Heizung entwickelt und aus der Röhre durch eine Pumpe in dem Maße abgesaugt, daß der Gasdruck in ihr gerade richtig war.

Als Spektrograph diente ein Apparat, der mit einem Verbundprisma und Objektiven von 30 cm Brennweite ausgerüstet ist; ich habe ihn bereits an anderer Stelle¹⁾ näher beschrieben. Seine Lichtstärke ist beträchtlich; seine Dispersion beträgt 3,53 Å auf 0,1 mm bei λ 4636 Å, 2,11 bei λ 4147 Å, 1,54 bei λ 3923 Å.

Zum Vergleich der Intensitäten der Komponenten einer Linie wurde ein ebenfalls bereits erprobtes Verfahren²⁾ angewendet. Das leuchtende, 2,5—3,5 mm lange Spannungsfeld wurde nämlich durch eine Wollastonplatte hindurch mittels eines Objektivs von 5 cm Brennweite auf den Spektrographenspalz abgebildet. Sind nun die normalen Schwärzungen der p - und der s -Komponente einer vom elektrischen Feld nicht beeinflussten Linie $(S_p)_0$ und $(S_s)_0$, so gilt

$$\left(\frac{J_p}{J_s}\right)_0 = 1 = k e^{\frac{(S_p - S_s)_0}{m}}.$$

Sind S_p und S_s die Schwärzungen der Komponenten einer vom Feld polarisierten Linie, so ist deren Intensitätsverhältnis

$$\frac{J_p}{J_s} = e^{\frac{(S_p - S_s) - (S_p - S_s)_0}{m}}.$$

Die Differenz $(S_p - S_s)_0$ wurde von O-Linien abgenommen, welche den untersuchten Li-Linien benachbart waren; sie zeigten nämlich im Felde Null und in starken Feldern dieselbe Schwärzungsdifferenz.

Zu den photographischen Aufnahmen wurde ausschließlich die Agfaplatte „Extra Rapid“ verwendet; sie zeichnet sich

1) Vgl. J. Stark, l. c. p. 28.

2) J. Stark u. H. Lunelund, Ann. d. Phys. 46. p. 68. 1914.

durch Gleichmäßigkeit ihrer Eigenschaften von Platte zu Platte und von Paket zu Paket aus.

Wegen ihrer geringen photographischen Intensität konnte das erste Glied (λ 6240) der dritten Li-Serie nicht untersucht werden. Dagegen wurden die drei folgenden Glieder dieser Serie (λ 4686 — λ 4147 — λ 3923) eingehend studiert.

§ 3. Elektrische Verschiebung der Linien der dritten Li-Nebenserie. — Das erste Augenmerk hatte dem Einfluß des elektrischen Feldes auf die Wellenlänge der untersuchten drei Linien zu gelten. Dieser erweist sich als sehr einfach. Es werden nämlich die Linien unter den von mir gewählten Bedingungen (Dispersion und Feldstärke) nicht in mehrere p - und mehrere s -Komponenten zerlegt, sondern ohne Zerlegung lediglich nach längeren Wellen verschoben. Bei Anwendung einer Wollastonplatte in der von mir angegebenen Weise erhält man also zwar eine p - und eine s -Komponente von einer jeden Linie; diese liegen aber genau übereinander, haben also dieselbe Wellenlänge.

Ich muß gestehen, daß ich das vorstehende Resultat nicht ohne Mißtrauen aufnahm. Daß ich keine Zerlegung an der Linie λ 4686 wahrnehmen konnte, durfte mich nicht wundernehmen; denn die Verschiebung ist so klein, daß ich sie nur eben feststellen konnte. Es mochte also wohl eine Zerlegung der Linie statthaben, sich indes der Beobachtung bei der angewandten Dispersion entziehen. Anders liegt die Sache bei dem nächsthöheren Serienglied λ 4147. An ihm habe ich Verschiebungen bis zu 0,4 mm (9 \AA) beobachtet. Würde sie eine Zerlegung erfahren, so hätte sie merkbar werden müssen. Freilich dachte ich anfangs, eine etwaige kurzwellige p - und s -Komponente sei nur infolge geringer Intensität nicht sichtbar auf meinen Aufnahmen geworden. Indes wurden neben der einzigen langwelligen p - und s -Komponente auch dann keine weiteren Komponenten sichtbar, als jene stark überlichtet wurden.

Nun könnte bei der dritten Nebenserie wie bei der ersten Nebenserie die Zahl der Komponenten mit steigender Gliednummer zunehmen. Wenn also λ 4147 nicht zerlegt wird, so mag dies bei dem nächsthöheren Glied λ 3923 der Fall sein. Nun ist freilich λ 4147 schon drittes Glied, aber auch für das vierte Glied λ 3923 komme ich bei Erwägung aller Umstände

zu dem Resultat, daß es von dem elektrischen Feld nur verschoben, nicht zerlegt wird. Entsprechend seiner höheren Nummer und infolge der geringen Lichtstärke des verwendeten Spektrographen in der Gegend von $\lambda 3923$ kommt zwar die Linie $\lambda 3923$ in ihrer p - und s -Komponente nur sehr schwach heraus; sie würde indes überhaupt unsichtbar bleiben, wenn sie in mehrere p - und s -Komponenten zerlegt würde; dies schließe ich aus dem Vergleich ihrer Schwärzung mit derjenigen von $\lambda 4147$.

Um die Abhängigkeit der Verschiebung der untersuchten Linien von der Feldstärke zu untersuchen, verfuhr ich in folgender Weise. Da die Linien außerhalb des elektrischen

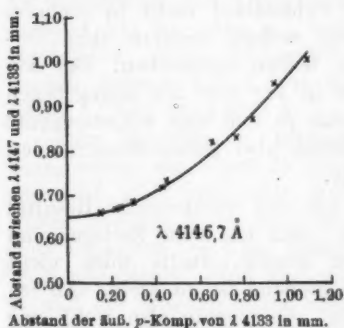


Fig. 1.

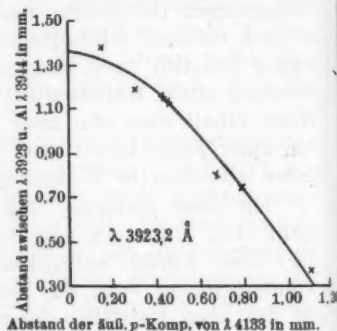


Fig. 2.

Feldes nicht intensiv und nicht scharf erhalten werden konnten, so war es nicht möglich, den Abstand ihrer p - und s -Komponenten von ihren unbeeinflussten Wellenlängen direkt zu messen. So maß ich den Abstand der elektrisch verschobenen Linien von solchen anderen benachbarten Wellenlängen, die vom elektrischen Feld nicht merklich verschoben werden, nämlich den Abstand der Linie $\lambda 4147$ von der mittleren s -Komponente der Li-Linie $\lambda 4133$ und den Abstand der Linie $\lambda 3923$ von der Al-Linie $\lambda 3944$. Als Maß der Feldstärke wählte ich für eine jede derartige Messung den Abstand der äußeren p -Komponenten der Li-Linie $\lambda 4133$ auf der jeweiligen Platte. Indem ich so diesen Abstand als Abszisse, den Abstand der Linie $\lambda 4147$ bzw. $\lambda 3923$ von der angegebenen benachbarten Linie als Ordinate antrug, erhielt ich die Punkte in den Fig. 1 und 2. Anfänglich schien es mir, als ob die Beziehung

zwischen der elektrischen Verschiebung der Linien und der Zerlegung der Linie $\lambda 4133$ linear sei. Weitere Messungen brachten mich aber wenigstens für die Linie $\lambda 4147$ zu der Überzeugung, daß diese Auffassung nicht zutrifft, daß also die elektrische Verschiebung von $\lambda 4147$ und $\lambda 3923$ eine andere Funktion der Feldstärke ist als die p -Zerlegung der Linie $\lambda 4133$. Nachdem Lüssem für eine Reihe von Abständen der äußeren p -Komponenten dieser Linie die zugehörigen Feldstärken ermittelt hatte, konnte auf Grund hiervon und der Fig. 1 die Kurve in Fig. 3 konstruiert werden. Sie stellt die

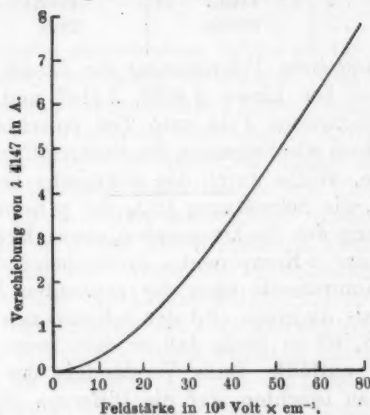


Fig. 3.

Beziehung zwischen der Verschiebung der Linie 4147 und der Feldstärke dar und läßt erkennen, daß die Verschiebung rascher mit der Feldstärke anwächst, als einer linearen Beziehung entsprechen würde; ob sie proportional dem Quadrat der Feldstärke ist, läßt die Genauigkeit der bis jetzt vorliegenden Messungen nicht entscheiden.

Für eine Feldstärke von $80000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ erreicht die Verschiebung von $\lambda 4147$ den Betrag von $7,8 \text{ Å}$, diejenige von $\lambda 3923$ den Betrag von 16 Å .

Extrapoliert man in den obigen Figuren den Abstand der betrachteten zwei Linien auf die Feldstärke Null (Abstand der äußeren p -Komponenten von $\lambda 4123$ gleich Null), so läßt sich aus ihm die Wellenlänge der Linien außerhalb des elektrischen Feldes berechnen. In der nachstehenden Tabelle I

sind die so erhaltenen Wellenlängen und die von anderen Beobachtern gefundenen Werte zusammengestellt. Der auffallende Umstand, daß die von mir für die Feldstärke Null erhaltenen Werte merklich kleiner sind als die Wellenlängen im Lichtbogen, wird weiter unten besprochen werden.

Tabelle I.

Dritte Nebenserie des Lithiums	Wellenlänge im Felde Null	Wellenlänge im Lichtbogen	
		nach Konen u. Hagenbach	nach Saunders
Drittes Glied . . .	4146,7	4149,1	4148,2
Viertes Glied . . .	3923,2	3924	—

§ 4. *Elektrische Polarisierung der Linien der dritten Li-Nebenserie.* — Die Linien $\lambda 4686$, $\lambda 4147$ und $\lambda 3923$ werden durch das elektrische Feld zum Teil polarisiert. Wenn also für solche Linien wie diejenigen des Sauerstoffs oder der zweiten Li-Nebenserie, welche durch das elektrische Feld nicht polarisiert werden, die Schwärzung $(S_p)_0$ der p -Komponente infolge der Einstellung des Spektrographen etwas kleiner ist als diejenige $(S_s)_0$ der s -Komponente, so erscheint die Schwärzung (S_p) der p -Komponente einer der genannten Li-Linien merklich größer als diejenige (S_s) der s -Komponente. Der Unterschied $S_p - S_s$ ist so groß, daß er dem freien Auge auf den ersten Blick auffällt. Zum Verständnis der nachstehenden Tabellen ist zu beachten, daß die Differenz $(S_p - S_s)_0$ von der Einstellung der Optik der Versuchsanordnung abhängt; diese wurde von einer Versuchsreihe zu einer anderen etwas geändert. Die Genauigkeit der in den Tabellen II und III angegebenen Intensitätsverhältnisse ist nicht groß, die Fehler mögen bis zu 20 Proz. der angegebenen Werte betragen. Gleichwohl steht die Erscheinung der elektrischen Polarisierung der untersuchten Li-Linien ganz außer Frage.

Tabelle II. $\lambda 4686 \text{ \AA}$.

Feldstärke Volt $\times \text{cm}^{-1}$	S_p	S_s	$S_p - S_s$	$(S_p - S_s)_0$	$\frac{(S_p - S_s)}{(S_p - S_s)_0}$	J_p/J_s	J_p/J_s bei kleiner und bei großer Feldstärke
26800	1,85	1,46	0,39	- 0,14	0,53	2,2	} 2,00
26900	1,89	1,56	0,33	- 0,04	0,37	1,8	
50000	1,68	1,11	0,57	- 0,06	0,63	2,7	} 2,85
57200	2,38	1,81	0,57	- 0,14	0,71	3,0	

Tabelle III. λ 4147 Å.

Feldstärke Volt $\times \text{cm}^{-1}$	S_p	S_s	$S_p - S_s$	$(S_p - S_s)_0$	$(S_p - S_s) -$ $(S_p - S_s)_0$	J_p/J_s	J_p/J_s bei kleiner und bei großer Feldstärke
10800	1,28	1,14	0,14	- 0,09	0,23	1,4	1,45
14300	1,38	1,19	0,19	- 0,03	0,22	1,4	
18800	1,60	1,35	0,25	- 0,03	0,28	1,5	
26900	1,91	1,53	0,38	- 0,04	0,42	2,0	1,96
50000	1,32	1,01	0,31	- 0,03	0,34	1,7	
57200	1,58	1,27	0,31	- 0,19	0,50	2,2	

Zur Wertung der vorstehenden Zahlen ist für den Fernstehenden folgende Bemerkung zu machen. Das Bereich der normalen Schwärzung mit konstantem Intensitätsexponenten m liegt für die bis zur Schleierung entwickelten Agfaplatte Extra rapid ungefähr zwischen 1,20 und 2,00. Einige der oben angewendeten Schwärzungen fallen darum aus diesem Bereich heraus und die für $m = 0,64$ berechneten Intensitätsverhältnisse sind deshalb in diesen Fällen etwas zu klein.

Vergleicht man die Werte des Intensitätsverhältnisses J_p/J_s bei großer und bei kleiner Feldstärke, so ergibt sich für beide Linien eine Zunahme der Polarisierung mit wachsender Feldstärke. Bei Würdigung dieser Tatsache hat man die Begleiterscheinung zu beachten, daß mit wachsender Feldstärke die Temperatur in dem leuchtenden Gasraum zwischen Kathode und Hilfselektrode und vor allem auch die Temperatur des von Kanal- und Kathodenstrahlen getroffenen Li-Salzes zunimmt, soweit für diese Bedingungen der Temperaturbegriff überhaupt noch anwendbar ist. Mit wachsender Feldstärke nimmt ja die im leuchtenden Gasraum entbundene elektrische Leistung zu; Tatsache ist jedenfalls, daß bei größerer Feldstärke das Li-Salz bis zum Schmelzen sich erwärmt, so daß zur Verhinderung desselben die Strombelastung der Kanalstrahlenröhre etwas kleiner als für kleine Feldstärke gewählt werden muß.

Interessant ist noch der Vergleich der Polarisierungen der zwei Serienglieder λ 4636 und λ 4147. Sie besitzen zwar angenähert denselben Betrag; immerhin aber sprechen meine Zahlen dafür, daß das zweite Glied (λ 4636) etwas stärker polarisiert wird als das dritte Glied (λ 4147). So sind die

Schwärzungen für die Feldstärke $50000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ bei beiden Linien normal und nahezu gleich; J_p hat in diesem Falle für $\lambda 4636$ den Wert 2,7, für $\lambda 4147$ den Wert 1,7.

Schließlich sei noch bemerkt, daß auch das vierte Serien-
glied $\lambda 3923$ elektrisch polarisiert wird, insofern auf allen Auf-
nahmen S_p deutlich größer als S_s ist. Indes sind beide Schwär-
zungen unternormal und lassen darum keine genaue Messung
und keine Berechnung des Intensitätsverhältnisses J_p/J_s zu.

§ 5. *Verstärkung der dritten Li-Nebenserie durch das elek-
trische Feld.* — Findet bereits die elektrische Polarisierung der
Linien der dritten Li-Serie in einem Maße statt, daß sie bei
einiger Sorgfalt in der Beobachtung auch ungesucht auffallen
muß, so zeigt sich an diesen Linien eine andere neue Er-
scheinung in noch viel aufdringlicherer Weise. Es ist dies die
Vergrößerung ihrer Intensität durch das elektrische Feld.
Zwar nimmt auch die Intensität der Hauptserie und der ersten
und zweiten Nebenserie mit steigender Feldstärke etwas zu;
dies rührt daher, daß mit stärker werdendem Feld die Zahl
der Li-Atomionen zunimmt, welche von ihm von der Salz-
oberfläche weg in den Gasraum hinein getrieben werden. Indes
steht in keinem Verhältnis hierzu die Verstärkung der dritten
Li-Nebenserie durch das elektrische Feld. So kam in meinen
Versuchen die Li-Linie $\lambda 4273$ von der zweiten Nebenserie in
einem Felde von der Stärke Null nach einer Stunde Belichtung
in normaler Schwärzung heraus; die Linien $\lambda 4636$ und $\lambda 4147$
blieben unter denselben Versuchsbedingungen auch nach zehn-
stündiger Belichtung noch unsichtbar. Eine Feldstärke von
 $14000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ verlangte eine zehnstündige Belichtung,
wenn die Linien $\lambda 4636$ und $\lambda 4147$ eben normal geschwärzt
erscheinen sollten; die benachbarte Linie $\lambda 4273$ der zweiten
Nebenserie war dann natürlich weit überlichtet. Anders lag
das Verhältnis bei einer Feldstärke von $80000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$.
Infolge verminderter Belastung der Kanalstrahlenröhre kam
nach einer Stunde Belichtung die Linie $\lambda 4273$ eben normal
geschwärzt heraus, dagegen erschienen nunmehr die Linien
 $\lambda 4636$ und $\lambda 4147$ nahezu überlichtet.

Es liegt auch bei dieser Erscheinung die Frage nahe, ob
die aufeinander folgenden Glieder der dritten Li-Nebenserie in
demselben Verhältnis mit wachsender Feldstärke an Intensität
zunehmen, ob also ihr Intensitätsverhältnis von der Feld-

stärke abhängt. Auf diese Frage kann ich nur eine vorläufige Antwort geben. Die von mir angewandten Versuchsmittel lassen keine zuverlässige Antwort zu; es nimmt nämlich die Lichtstärke des von mir verwendeten Spektrographen stark ab von $\lambda 4636$ nach $\lambda 3923$. Dazu erscheint die Linie $\lambda 3923$ infolge der unvermeidlichen Schwankungen der Feldstärke wegen ihrer größeren Verschiebung bei großer Feldstärke im Vergleich zu $\lambda 4636$ etwas verbreitert, so daß ihre Lichtmenge, auf ein größeres Flächenstück der Platte ausgebreitet, verhältnismäßig eine zu kleine Schwärzung liefert. Trotz dieser Schwierigkeit halte ich es bei Abwägung aller Beobachtungen für möglich, daß das zweite Serienglied ($\lambda 4636$) mit wachsender Feldstärke rascher Intensität gewinnt als das dritte Serienglied ($\lambda 4147$). So erschien bei kleiner Feldstärke $\lambda 4147$ auf meinen Spektrogrammen intensiver als $\lambda 4636$, obwohl bei jener Linie mein Spektrograph lichtschwächer ist als bei dieser. Diese Erscheinung, daß das höhere Serienglied intensiver ist als das vorausgehende niedrigere, stünde im Gegensatz zu dem Verhalten der Hauptserie und der ersten und zweiten Nebenserie. Bei großer Feldstärke ($80000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$) kam in meinen Aufnahmen umgekehrt $\lambda 4636$ intensiver heraus als $\lambda 4147$; es scheint somit, daß bei sehr großer Feldstärke das Intensitätsverhältnis der Glieder der dritten Nebenserie demjenigen in der ersten und zweiten Nebenserie ähnlich wird.

Die Frage nach dem Intensitätsverhältnis der Glieder der dritten Li-Nebenserie bedarf nach dieser vorläufigen unzuverlässigen Antwort einer besonderen Untersuchung. Hierzu ist ein lichtstarkes Konkavgitter von 50 cm Radius zu verwenden.

§ 6. *Anregung der Emission der dritten Li-Nebenserie.* — Für den Zweck der Deutung der beschriebenen neuen Erscheinungen ist es notwendig, sich den Ursprung der Emission der dritten Li-Nebenserie klarzumachen. Folgende Beobachtung macht sehr wahrscheinlich, daß sie auf dieselbe Art angeregt wird wie die Emission der Hauptserie und der ersten und zweiten Nebenserie.

Der leuchtende Gasraum zwischen der Kathode und der Hilfselektrode wird, wie bereits bemerkt wurde, in der von mir angegebenen Weise durch ein Objektiv auf den Spalt des Spektrographen scharf abgebildet, so daß die Oberfläche der Li-Salzsäure im Bild als Linie senkrecht zum Spalt-

erscheint. Der Oberfläche der Salzschiebt entspricht also das eine Ende einer Li-Linie auf der photographischen Platte, die folgenden Punkte einer jeden Li-Linie sind die spektralen Bildpunkte der Ebenen im leuchtenden Gasraum parallel zur Salzfläche in den aufeinander folgenden Abständen von dieser. Am intensivsten erscheint nun die Schwärzung im Bildpunkt der unmittelbar über der Salzfläche liegenden Ebene im Gasraum, von da weg nimmt sie entlang einer jeden Li-Linie bis zum Bildpunkt der unmittelbar vor der Rückseite der Kathode liegenden Ebene ab. Diese Abnahme der Intensität der Emission einer Li-Linie entlang der Senkrechten zur Salzfläche erklärt sich daraus, daß die Zahl der leuchtenden Li-Atome in den dünnen, gleich dicken Schichten mit wachsendem Abstand vor der Salzfläche abnimmt, von der ja die Li-Atome unter dem Stoß der auffallenden Kanalstrahlen nach allen Seiten fortfliegen.

Vergleicht man nun die Verteilung der Schwärzung längs der Linie $\lambda 4636$ mit derjenigen längs der Linie $\lambda 4608$ (erste Nebenserie) oder diejenige längs der Linie $\lambda 4147$ mit derjenigen längs der Linie $\lambda 4273$ (zweite Nebenserie), so findet man, soweit sich dies mit bloßem Auge beurteilen läßt, völlige Übereinstimmung zwischen den verglichenen Linien. Hieraus läßt sich schließen, daß die Emission der Linien der dritten Nebenserie auf dieselbe Art wie diejenige der ersten und zweiten Nebenserie angeregt wird.

Ehe dieser Schluß noch weiter geprüft wird, sei zunächst die Erregung der Emission der ersten und zweiten Li-Nebenserie unter den von mir gewählten Versuchsbedingungen zergliedert. Der größte Teil dieser Emission kommt dadurch zustande, daß durch den Stoß der Kanalstrahlen Li-Atomionen in leuchtendem Zustand und mit mäßiger Geschwindigkeit aus der festen Salzfläche heraus nach allen Richtungen in den Gasraum hineingeworfen werden, wie ich dies bereits an anderer Stelle¹⁾ ausführlich dargelegt habe.

Ein kleinerer Teil der Emission wird durch den Stoß von Kanalstrahlen auf leuchtende oder nichtleuchtende Li-Atome oder Salzteilchen im Gasraum selbst erzeugt.

Diesen zwei Hauptquellen entstammt die Emission der Li-Linien, mag auf dem Gasraum vor der Salzfläche ein elek-

1) J. Stark u. G. Wendt, Ann. d. Phys. 38, p. 669. 1912.

trisches Feld liegen oder nicht. Zu ihnen treten dann noch zwei weitere, erheblich schwächere Quellen, wenn wie in den obigen Beobachtungen im Gasraum zwischen der Salzfläche als Anode und der Kanalstrahlenelektrode als Kathode ein starkes elektrisches Feld liegt. Einmal werden nämlich dann die positiven Li-Atomionen vom elektrischen Feld erfaßt, nach der Kathode zu beschleunigt und so zu mehr oder minder schnellen Li-Kanalstrahlen gemacht; infolge ihrer Zusammenstöße mit Gasteilchen auf ihrem Wege regen sie sich dann zur Emission bewegter Intensität an. Andererseits werden die Elektronen, welche im Gasraum vor der Salzfläche infolge von Ionisierung frei werden, von dem elektrischen Feld nach der Salzfläche zu beschleunigt und zu Kathodenstrahlen gemacht; als solche können sie dann durch ihren Stoß Li-Atome, die ihnen begegnen, zu Lichtemission anregen. Es liegt auf der Hand, daß diese letzte Art der Anregung viel weniger wirksam ist als diejenige durch den Stoß der Li-Kanalstrahlen; denn wie bekannt ist, machen Kanalstrahlen unter gleichen Umständen viel zahlreichere Zusammenstöße als Kathodenstrahlen.

Wir haben somit vier Ursachen der Emission von Li-Linien unter den von mir gewählten Versuchsbedingungen ins Auge zu fassen: Stoß der primären Kanalstrahlen (in unserem Falle O-Strahlen) auf das feste Li-Salz, Stoß der O-Strahlen im Gasraum auf Li-Atome, Stoß sekundärer Li-Kanalstrahlen, Stoß sekundärer Kathodenstrahlen auf Li-Atome im Gasraum. Daß die zwei letzten Ursachen, die durch das elektrische Feld bedingt werden, nur einen kleinen Bruchteil der Li-Emission liefern, läßt sich aus folgender Beobachtung schließen. Wie sich mit dem bloßen Auge abschätzen läßt, nimmt die Lichtstärke im Gasraum vor der Salzfläche beim Anlegen des elektrischen Feldes zwar deutlich zu (um 10—30 Proz.), indes nicht etwa auf das Doppelte.

Wie nun bereits oben bemerkt wurde, ist die Emission der Linien der dritten Li-Nebenserie ohne die Mithilfe des elektrischen Feldes unmerklich. Ich habe diese Tatsache durch mehrere Aufnahmen geprüft. Um eine größere Intensität zu erhalten, habe ich auch einige Aufnahmen ohne Zerlegung der Linien in eine *p*- und eine *s*-Komponente durch Zwischenschaltung einer Wollastonplatte gemacht; obwohl auf

ihnen die Linien der zweiten Nebenserie stark überlichtet sind, zeigt sich noch nicht eine Andeutung der Linien der dritten Nebenserie.

Es liegt zunächst nahe, dieses Fehlen der Emission der dritten Li-Nebenserie bei Abwesenheit eines elektrischen Feldes aus dem Fehlen der im Feld allein wirksamen Ursachen der Anregung erklären zu wollen. Man kann also vermuten, daß die Linien der dritten Nebenserie zwar weder durch den Stoß von O-Strahlen auf das feste Li-Salz, noch durch den Stoß von O-Strahlen auf Li-Atome im Gasraum, wohl aber durch den Stoß von Li-Kanalstrahlen auf Gasmoleküle oder durch den Stoß von schnellen Kathodenstrahlen auf Li-Atome zur Emission gebracht werden. Diese Vermutung galt es eingehend zu prüfen.

Zunächst ist die Annahme abzuweisen, daß die Emission der dritten Li-Nebenserie durch den Stoß von Li-Kanalstrahlen angeregt wird. Denn wäre dies der Fall, dann müßte die Intensität der Linien $\lambda 4636$ und $\lambda 4147$ von dem Bildpunkt der Salzfläche weg nach dem Bildpunkt der Kathodenrückseite zu anwachsen, da ja in dieser Richtung die Zahl und Geschwindigkeit der Li-Kanalstrahlen anwächst. In Wirklichkeit nimmt aber umgekehrt die Intensität jener Linien in dieser Richtung ab, genau wie bei den Linien der ersten und zweiten Nebenserie. Dagegen ist diese Verteilung der Intensität längs dem Weg zwischen Kathode und Salzfläche mit der Annahme verträglich, daß die Emission der dritten Nebenserie durch die sekundären Kathodenstrahlen angeregt wird; deren Zahl und Geschwindigkeit nimmt ja auch in der Richtung von der Kathode nach der Salzfläche zu. Darum galt es, diese Annahme durch besondere Beobachtungen zu prüfen.

Die Prüfung, welche ich anstellte, ging von folgender Überlegung aus. Wird die dritte Nebenserie wirklich überwiegend nur durch die von dem elektrischen Feld erzeugten Kathodenstrahlen angeregt, so muß sie sich auch dann einstellen, wenn schnelle Kathodenstrahlen außerhalb eines elektrischen Feldes in dem Gasraum vor einer Li-Salzfläche, auf welche Kanalstrahlen fallen, zum Verlauf gebracht werden. Zur Prüfung dieser Überlegung benutzte ich folgende Versuchsanordnung. Die mit Li-Salz bedeckte Hilfselektrode wurde bis auf 6 cm Abstand von der Kanalstrahlenelektrode fortgeschoben und mit der Anode der Kanalstrahlenröhre ver-

bunden. Es konnte sich somit der Glimmstrom, der die Kanalstrahlen erzeugte, nach zwei Anoden teilen; auf jeder Seite der Kathode bildete sich ein Dunkelraum; aus diesem traten nach jeder zugehörigen Anode zu Kathodenstrahlen aus und fielen auf diese auf, und gleichzeitig kamen durch die Kanäle der Kathode von deren anderer Seite Kanalstrahlen in jeden Dunkelraum, durchliefen diesen zum Teil und fielen auf eine jede Anode auf. Auf diese Weise wurde also die Li-Salzfläche gleichzeitig von Kathoden- und Kanalstrahlen getroffen und da sie sich außerhalb des Kathodendunkelraums befand, so war das elektrische Feld vor ihr im Gasraum sehr schwach. Dieser wurde, wie zuvor der Raum des elektrischen Feldes zwischen Hilfselektrode und Kathode, ohne Zwischenschaltung einer Wollastonplatte auf den Spektrographenspalt abgebildet. Im Spektrogramm erschienen unter diesen Bedingungen wiederum überlichtet die Linien der ersten und zweiten Li-Nebenserie, aber unsichtbar blieben die Linien der dritten Nebenserie.

Dieses Resultat macht auch die Annahme hinfällig, daß die Emission der dritten Li-Nebenserie ausschließlich ihren Ursprung in dem Stoß schneller Kathodenstrahlen hat.

Halten wir uns nach dieser Feststellung die Tatsache vor Augen, daß die Intensitätsverteilung entlang den Linien der dritten Nebenserie dieselbe ist wie entlang den benachbarten Linien der ersten und zweiten Nebenserie, so kann wenig Zweifel übrigbleiben, daß die dritte Nebenserie durch dieselben vier Ursachen angenähert in demselben Verhältnis wie die erste und zweite Nebenserie zur Emission gebracht wird. Die Wirkung des elektrischen Feldes auf die Intensität der Emission der dritten Nebenserie kann also nicht darin begründet sein, daß das elektrische Feld eine der vier Energiequellen der Emission speist. Das konstante elektrische Feld kann andererseits auch nicht unmittelbar aus sich selbst Energie auf die Schwingungen von Elektronen in Atomen entbinden, die in ihm schweben. Zur Deutung seines ungemein großen Einflusses auf die Intensität der Linien der dritten Li-Nebenserie bleiben darum nur Möglichkeiten anderer Art übrig: entweder bringt das elektrische Feld die Zentren der dritten Nebenserie in eine solche Lage am Atom, daß sie von dem lichterregenden Stoß öfter und stärker getroffen werden als außerhalb des

Feldes, oder es hält durch eine ordnende Einstellung der Li-Atome Schwingungsenergie in den Frequenzen der dritten Nebenserie fest oder es stellt zwischen den Zentren der dritten Nebenserie und derjenigen der übrigen Serien eine Koppelung her, welche eine intensivere Emission in jener auf Kosten der Emission in diesen zur Folge hat. Diese Möglichkeiten sollen weiter unten kurz besprochen werden.

§ 7. *Die dritte Li-Nebenserie im Lichtbogen.* — Das Vorkommen von dritten Nebenserien in den Bogenspektren der Alkalien hat Ph. Lenard¹⁾ im Falle des Natriums entdeckt. Angeregt durch seine Beobachtungen, haben unabhängig voneinander H. Konen und A. Hagenbach²⁾ und F. A. Saunders³⁾ im Spektrum des Lichtbogens die dritte Nebenserie des Lithiums aufgefunden. Im Anschluß an meine obigen Untersuchungen stellte ich ebenfalls einige okulare und photographische Beobachtungen über das Vorkommen der dritten Li-Nebenserie im Lichtbogen an. Ich erhielt sie leicht unter folgenden Bedingungen. 3 oder 7 mm dicke Kohlenstäbe wurden vertikal übereinander aufgestellt, der obere diente als Kathode, der untere als Anode eines Lichtbogens von 3—7 Amp. Stromstärke; auf die untere wurde unmittelbar vor einer jeden Beobachtung Chlorlithium aufgeschmolzen; der 1—2 cm lange Lichtbogen wurde scharf auf den Spektrographenspalt abgebildet. Die Linien λ 4636 und λ 4147 erschienen immer dann am intensivsten, wenn reichlich Li-Salz in den Lichtbogen verdampfte; die Linien der ersten Nebenserie waren dann außerordentlich verbreitert. Die Linien λ 4636 und λ 4147 habe ich niemals scharf erhalten. Bereits Saunders gibt an, daß sie verwaschen und nach Rot zu verbreitert sind. Diese Angabe kann ich vollauf bestätigen. λ 4147 z. B. macht in meinen Aufnahmen den Eindruck eines breiten Bandes, dessen Schwärzung nach Rot zu sehr langsam, rascher nach Violett zu abnimmt. Als ich Lichtbogaufnahmen auf verschiedene Kanalstrahlenaufnahmen legte und gemeinsame Linien von ungeänderter Wellenlänge, nämlich Al- und Ca-Linien, zur Deckung brachte, stellte sich heraus, daß die intensivste Stelle

1) Ph. Lenard, Ann. d. Phys. 11. p. 636. 1903.

2) H. Konen u. A. Hagenbach, Physik. Zeitschr. 4, p. 800. 1903.

3) F. A. Saunders, Phys. Rev. 18. p. 452. 1904; Astrophys. Journ. 20. p. 188. 1904.

der Linie λ 4147 ungefähr mit ihrer Lage in dem Kanalstrahlenspektrogramm für eine Feldstärke von $27000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ zusammenfiel. Dieses Resultat erscheint zunächst überraschend. Denn einerseits ist gemäß Fig. 1 λ 4147 für eine solche Feldstärke bereits beträchtlich nach Rot verschoben; andererseits ist die elektrische Feldstärke, welche die Strömung im Lichtbogen unterhält, kaum größer als $10 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$.

Der vorstehende scheinbare Widerspruch löst sich ungezwungen auf Grund folgender Überlegung. Wie bereits an anderen Stellen¹⁾ dargelegt wurde, wird die Verbreiterung der ersten und der zweiten Nebenserie infolge großer Strom- und Ionendichte durch zwischenmolekulare elektrische Felder bewirkt. Da, wie die Erfahrung lehrt, die Linien der ersten Li-Nebenserie unter den Bedingungen, welche die dritte Nebenserie merklich intensiv liefern, stark verbreitert sind, so befinden sich unter diesen Bedingungen zahlreiche Li-Atomionen in starken zwischenmolekularen elektrischen Feldern. Unter deren Einfluß wird dann die Lichtemission in der dritten Li-Nebenserie ebenso merklich wie in dem starken ausgedehnten elektrischen Feld zwischen Kathode und Hilfselektrode in der von mir verwendeten Kanalstrahlerröhre. Die Wellenlängen der intensivsten Stelle der betrachteten Li-Linien im Lichtbogen liegen also in der Verbreiterung dieser Linien infolge der zwischenmolekularen elektrischen Felder, sie gehören nicht zu den Linien im Felde von der Stärke Null. Dies ist vielleicht der Grund, warum die Wellenlängen, welche Konen und Hagenbach und Saunders für die Linien λ 4147 und λ 8923 der dritten Li-Serie im Lichtbogen angegeben haben, gemäß Tabelle I merklich größer sind als die Wellenlängen, welche sich aus meinen Beobachtungen für die elektrische Feldstärke Null berechnen, vorausgesetzt, daß die von mir vorgenommene Extrapolation auf die Feldstärke Null zulässig ist.

Die Tatsache, daß die Linien der dritten Li-Nebenserie durch große Ionendichte nach Rot verbreitert werden, bedeutet eine neue Bestätigung des allgemeinen Satzes, daß die Verbreiterung von Serienlinien durch große Ionendichte jedenfalls zum Teil eine Wirkung der zwischenmolekularen elektrischen Felder darstellt und daß die Größe der Verbreiterung von Serienlinien

1) J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 43. p. 1040. 1914.
G. Wendt, Ann. d. Phys. 45. p. 1257. 1914.

desselben Elementes parallel geht der Größe ihrer Zerlegungen oder Verschiebungen durch das elektrische Feld. So nimmt auch in der dritten Li-Nebenserie die Verbreiterung nach Rot ebenso wie die elektrische Verschiebung nach Rot mit steigender Gliednummer zu, $\lambda 4686$ ist also stärker als $\lambda 4147$, $\lambda 3928$ stärker als $\lambda 4147$ nach Rot verbreitert.

§ 8. *Zur Deutung der neuen Erscheinungen.* — Der nachstehende Versuch zur Deutung der neuen Erscheinungen, welche in der vorliegenden Mitteilung beschrieben sind, soll lediglich die Eröffnung der theoretischen Aussprache darüber bedeuten. Vielleicht ist es nicht ganz wertlos, wenn ich im Anschluß an meine experimentelle Erfahrungen zuerst einige theoretische Überlegungen mitteile.

Zunächst sei nach einer Deutung der Verstärkung der dritten Li-Nebenserie durch das elektrische Feld gesucht. Die eine der oben in § 6 angedeuteten Möglichkeiten besteht in der Annahme, daß das elektrische Feld die Li-Atome so beeinflusst, daß auf die Zentren der dritten Nebenserie ein größerer Bruchteil der Energie aus den Stößen der die Emission anregenden Kanal- und Kathodenstrahlen entfällt. Indes ist die Art einer derartigen Beeinflussung schwer zu erkennen, welche die Intensität der fraglichen Linien so übertrieben von der elektrischen Feldstärke abhängig machen soll. Es wäre etwa an eine elektrische Einstellung der Li-Atome zu denken, welche die Schwingungszentren auf die dem Stoß am meisten ausgesetzte Seite entgegen den Kanalstrahlen bringt; aber dann ist nicht zu verstehen, warum die Intensität der Linien für die Feldstärke Null unmerklich klein ist. Oder es wäre denkbar, daß das elektrische Feld die Atome so weitgehend deformiert, daß die Schwingungszentren der dritten Nebenserie aus dem vor Stößen geschützten Atominnern an die ihnen zugängliche Atomoberfläche geschoben werden. Indes halte ich eine so weitgehende Deformation der Atomstruktur durch die von mir angewandten Felder für sehr wenig wahrscheinlich. Und so komme ich zu dem Schluß, die Annahme abzulehnen, daß das elektrische Feld durch eine gewisse Beeinflussung der Li-Atome die Zentren der dritten Nebenserie in ihnen lediglich für die Stoßerregung empfänglicher mache.

Als weitere Deutungsmöglichkeit erwähnte ich die Annahme, daß das elektrische Feld infolge einer gewissen De-

formation der Li-Atome eine etwaige Koppelung zwischen den verschiedenen Li-Serien in der Weise beeinflusse, daß es mit wachsender Stärke der dritten Nebenserie einen rasch wachsenden Bruchteil der Schwingungsenergie des Atominnern auf Kosten der übrigen Serien zuführe und der Emission zugänglich mache. Diese Deutungsmöglichkeit ist mir ihrer Unbestimmtheit halber von vornherein unsympathisch. Gegen sie spricht zudem die Beobachtung von Hrn. Lüssem, daß das Verhältnis der Intensitäten unzerlegter Linien der Hauptserie, der ersten und der zweiten Nebenserie zueinander nicht merklich mit der Feldstärke sich ändert. So komme ich dazu, auch diese Deutungsmöglichkeit als unwahrscheinlich zu verwerfen.

In der Ablehnung der zwei eben besprochenen Deutungsmöglichkeiten werde ich noch durch die Erwägung bestärkt, daß sie keinen Zusammenhang zwischen der elektrischen Verstärkung und der gleichzeitigen Polarisierung der dritten Nebenserie herstellen; denn ich vermute, daß zwischen diesen beiden Erscheinungen ein Zusammenhang besteht, daß sie vielleicht durch dieselbe Eigenheit der Atomstruktur bedingt sind. Einen derartigen Zusammenhang scheint mir die dritte Deutungsmöglichkeit in sich zu schließen, nämlich die Annahme, daß das elektrische Feld durch Einstellung der Li-Atome parallel seiner Achse gleichzeitig die Strahlung der Zentren der dritten Nebenserie polarisiert und sie in wenig breiten Linien konzentriert erhält. Ehe dieser Zusammenhang näher beleuchtet wird, seien indes denkbare Möglichkeiten der Deutung der elektrischen Polarisierung besprochen.

Auf den ersten Blick liegt es nahe, in der oben beschriebenen elektrischen Polarisierung der Linien der dritten Li-Nebenserie die Polarisierung¹⁾ der bewegten Intensität von Serienlinien wiederzuerkennen, die von Hrn. Lunelund und mir im Falle der Wasserstoff-Kanalstrahlen näher untersucht worden ist. Bei genauerem Zusehen muß man indes diese Deutung verwerfen. Wenn nämlich die Polarisierung der Linien der dritten Li-Nebenserie nur eine indirekte Wirkung des elektrischen

1) J. Stark, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 8. p. 104. 1908; J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 43. p. 1002. 1914; J. Stark u. H. Lunelund, Ann. d. Phys. 46. p. 68. 1915.

Feldes wäre, nämlich durch die geordnete Bewegung von Li-Kanalstrahlen, welche das Feld erzeugt, bedingt würde, dann bliebe der Unterschied zwischen der zweiten und der dritten Nebenserie unerklärlich. Die Linien der zweiten Nebenserie werden nämlich durch das elektrische Feld nicht oder weitaus nicht in dem gleichen Maße wie die Linien der dritten Nebenserie polarisiert. Zur Deutung dieses Unterschiedes ist die Annahme nicht zulässig, daß die Intensität der Linien der dritten Nebenserie überwiegend bewegt, diejenige der Linien der zweiten Nebenserie überwiegend ruhend, darum jene stärker als diese durch geordnete Bewegung polarisiert sei. Denn wäre dies der Fall, dann müßte die Intensitätsverteilung längs der Linien der dritten Nebenserie von derjenigen längs der Linien der zweiten Nebenserie merklich abweichen; dies trifft aber, wie oben dargelegt wurde, in Wirklichkeit nicht zu. Zudem ist die hier beschriebene elektrische Polarisierung viel größer als diejenige durch Bewegung; während im Falle der „bewegten“ Polarisierung der Wasserstoff-Kanalstrahlen als größter Wert für das Verhältnis J_p/J_s 1,38 gefunden wurde, erreichte im Falle der elektrischen Polarisierung dieses Verhältnis nahezu den Wert 3. Mit dieser Feststellung soll natürlich nicht gesagt sein, daß nicht ein kleiner Bruchteil der unter den gewählten Versuchsbedingungen beobachteten Polarisierung bewegt sei. Die geringe Polarisierung, welche Hr. Lüssem im Falle starker elektrischer Felder an Linien der zweiten Nebenserie hat feststellen können, hat nach meiner Ansicht ihren Ursprung in der Bewegung von Li-Kanalstrahlen, und in gleichem Betrag tritt diese Art von Polarisierung unter den gleichen Bedingungen zweifellos auch bei den Linien der dritten Nebenserie in Erscheinung. Der größte Teil der Polarisierung dieser Linien hat indes seinen Ursprung in einer Wirkung des elektrischen Feldes.

Ebenso unhaltbar wie der vorstehende erscheint mir ein anderer Versuch zur Deutung der elektrischen Polarisierung. Man könnte nämlich annehmen, daß eine Linie der dritten Li-Nebenserie wohl nur in eine p -Komponente, aber in mehrere s -Komponenten zerlegt werde, von denen nur eine einzige durch Intensität ausgezeichnet sei und photographisch sichtbar werde; obwohl also die gesamte s -Intensität einer Linie ebenso groß sei wie die p -Intensität, gelange zur photographischen Beobachtung wohl

die ganze p -Intensität, aber nur ein Teil der s -Intensität. Gegen diesen Deutungsversuch ist folgendes einzuwenden. Erstens ist nach der Erfahrung über die elektrische Zerlegung der aufeinanderfolgenden Glieder der ersten Nebenserie unwahrscheinlich, daß die aufeinanderfolgenden Glieder der dritten Nebenserie in derselben Weise in mehrere s -Komponenten zerlegt werden; denn dies müßte man annehmen, um zu erklären, warum die Polarisierungen der aufeinanderfolgenden Glieder nahezu gleich sind. Zweitens vermag dieser Deutungsversuch keine Rechenschaft davon zu geben, daß die elektrische Polarisierung mit wachsender Feldstärke zunimmt.

Die meiste Wahrscheinlichkeit scheint mir diejenige Deutung der neuen Erscheinungen für sich zu haben, welche von den im Eingang dieser Mitteilung dargelegten Ideen ausgeht. Nehmen wir nämlich an, daß die Li-Atome im Zustand der Emission ihrer Serienlinien ein elektrisches Moment besitzen und daß in ihnen die Zentren der dritten Nebenserie überwiegend für Schwingungen parallel der elektrischen Atomhauptachse Licht emittieren, so läßt sich folgern, daß die Linien der dritten Nebenserie durch ein elektrisches Feld um so mehr polarisiert werden müssen, je größer dessen Stärke ist, und zwar muß J_2 größer als J_1 sein.

Dieselben Annahmen liefern uns auch eine Deutung der so auffallenden Verstärkung der dritten Li-Nebenserie durch das elektrische Feld und stellen so einen Zusammenhang zwischen den zwei neuen Erscheinungen her. Wenn nämlich Elektronen in einem Atom nur für Schwingungen in einer ausgezeichneten Achse („einachsig“) strahlen können, so läßt eine Rotation des Atoms die Intensität in den Eigenfrequenzen nur dann ungeändert, wenn Schwingungsachse und Rotationsachse zusammenfallen. Wenn indes diese Voraussetzung nicht erfüllt ist, dann wird aus zwei Gründen die Emission in den ungestörten Eigenfrequenzen der einachsig strahlenden Elektronen durch die Atomrotation stark geschwächt. Erstens haben nämlich, wie bekannt ist, die Intensitätsschwankungen, welche die Rotation in der Sehlinie des Beobachters hervorbringt, für ein Aggregat ungeordnet rotierender Atome entsprechend der Reihe der vorkommenden Winkelgeschwindigkeiten eine Vernetzung der Energie der einachsig strahlenden Elektronen auf eine große Verbreiterung ihrer Eigen-

frequenzen zur Folge und damit eine Schwächung der Intensität in den ungestörten Frequenzen. Zweitens dürfte die Überlagerung von Atomrotation und Elektronenschwingung die einachsige Schwingung von Elektronen veranlassen, daß deren Amplitude durch seitliche Stöße in Achsen senkrecht zur ausgezeichneten Strahlungsachse stark gedämpft wird, so daß ein Teil der Schwingungsenergie der einachsigen strahlenden Elektronen auf Frequenzen anderer Atomteile übergeht.

Unter den vorstehenden Verhältnissen zwingt ein elektrisches Feld die elektrischen Hauptachsen der Atome zu Schwingungen um seine eigene Achse, veranlaßt sie also, an Stelle einer konstanten Winkelgeschwindigkeit eine periodisch veränderliche Reihe von Winkelgeschwindigkeiten zwischen Null und einem von der Feldstärke abhängigen Höchstwert anzunehmen. Wenn darum eine Winkelgeschwindigkeit der elektrischen Hauptachse die Frequenz von Elektronenschwingungen ändert, so muß in den Umkehrpunkten der Schwingungen der Atomachse um die Feldachse für die dann vorhandene Winkelgeschwindigkeit Null die Frequenz unverändert bleiben, und mit wachsender Feldstärke wird ein rasch zunehmender Bruchteil der Intensität der einachsigen strahlenden Elektronen auf die ungeänderte Frequenz für die Winkelgeschwindigkeit Null konzentriert werden. Ist wie in unserem Falle die gesamte Intensität der einachsigen strahlenden Elektronen gering, so bleibt der auf die große Verbreiterung infolge der Atomrotation entfallende Bruchteil photographisch unsichtbar; in einem elektrischen Felde von der Stärke Null werden darum die stark verbreiterten Linien der einachsigen strahlenden Elektronen photographisch nicht wahrnehmbar und das Gleiche gilt für ihre Verbreiterung im elektrischen Feld, dagegen wird in diesem der auf die ungeänderte Frequenz entfallende Bruchteil der Strahlungsintensität infolge der mit der Feldstärke zunehmenden Energiekonzentration in einer scharfen Linie sichtbar. Diese kurz und allgemein gehaltene Überlegung über den Einfluß eines elektrischen Feldes auf Strahlung einachsiger schwingender Elektronen innerhalb eines elektrischen Atommomentes dürfte durch eine eingehende mathematische Analyse bestätigt werden¹⁾.

1) Wie von mir und Hrn. Kirschbaum festgestellt wurde (Ann. d. Phys. 43. p. 999, 1914), nehmen gewisse elektrische Komponenten von

So überzeugend die vorstehende Deutung der neuen Erscheinungen erscheint, so ist doch auf einen Umstand aufmerksam zu machen, der wenigstens auf den ersten Blick eine Schwierigkeit in sich zu schließen scheint. Bei einer Feldstärke von etwa $30\,000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ kommt die Linie $\lambda\,4147$ von der dritten Nebenserie kaum weniger scharf heraus als die Linie $\lambda\,4273$ von der zweiten Nebenserie. Allerdings nur auf Grund einer Vermutung, nicht auf Grund quantitativer Rechnungen könnte man einen Unterschied in der Schärfe der zwei Linien erwarten, wenn auch die Dispersion des von mir verwendeten Spektrographen für die Prüfung einer solchen Frage gering ist. Eine eingehende theoretische Bearbeitung des aufgeworfenen Problems dürfte indes jene Schwierigkeit beseitigen.

Die prinzipiell bedeutsamen Fragen und Aufschlüsse, zu welchen die neuen Erscheinungen führen — elektrisches Moment, elektrische Hauptachse chemischer Atome, einachsigt strahlende Elektronen, Einfluß der Rotation auf die Strahlung — lassen sie weiterer experimenteller und theoretischer Bearbeitung wert erscheinen.

Zusatz bei der Korrektur. — In einer soeben in diesen Annalen (Ann. d. Phys. 43. p. 98. 1915) erscheinenden Abhandlung teilt J. Koch seine wichtige Entdeckung einer neuen Serie des Heliums mit. Es ist dies eine dritte Nebenserie, sie entspricht der oben behandelten dritten Nebenserie des Lithiums und erscheint ebenso wie diese nur in starken elektrischen Feldern. Ich möchte zunächst erklären, warum Kirschbaum und ich diese He-Serie bei unseren Untersuchungen¹⁾ über das He-Spektrum im elektrischen Feld nicht auf unseren Platten erhalten haben. Wir haben zumeist mit mäßig starken Feldern unter $50\,000 \text{ Volt} \times \text{cm}^{-1}$ gearbeitet, für solche Feldstärken ist aber die neue He-Serie wenig intensiv und, da der von uns verwendete Spektrograph (Konkavgitter von 1,5 m Radius) lichtschwach war, so blieben die neuen He-Linien in unseren Aufnahmen unterbelichtet; Koch

Linien der ersten He- und Li-Nebenserie merkwürdigerweise an Intensität mit wachsender Feldstärke zu. Es ist möglich, daß diese Erscheinung denselben Grund hat wie die elektrische Verstärkung der Linien der dritten Li-Nebenserie.

1) J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 43. p. 1029, 1914.

dagegen verwandte zu seinen Untersuchungen meinen ungleich lichtstärkeren Einprismen-Spektrographen sowie meinen lichtstarken Plangitter-Spektrographen¹⁾ und machte zudem Aufnahmen bei sehr viel größeren Feldstärken.

Bemerkenswert ist, daß Kirschbaum und ich mit dem lichtschwachen Konkavgitter zwar nicht die dritte He-Nebenserie, wohl aber die dritte Li-Nebenserie erhielten. Das Auftreten der dritten Li-Nebenserie im elektrischen Feld gab einen Fingerzeig, in den neuen von Koch gefundenen Linien die Linien der entsprechenden dritten He-Nebenserie zu erkennen.

Koch wendet sein Hauptinteresse dem Seriencharakter der neuen He-Linien zu. Er erwähnt indes bereits folgende Beobachtungen: „Sehr bemerkenswert ist auch, daß die Intensität der Linie von der elektrischen Feldstärke abhängig ist. Versuche mit verschiedenen Feldstärken zeigten nämlich, daß, je schwächer das Feld, desto geringer die Intensität der Linie; ohne Feld fehlte die Linie vollständig.“ — „Von besonderem Interesse ist, zu erwähnen, daß die neuen Linien $\lambda 4518$ und $\lambda 4046$, von denen genaue Messungen ausgeführt sind, in hohem Maße polarisiert sind; und zwar ist die parallel zum Feld schwingende Komponente viel intensiver als die senkrecht dazu schwingende.“

Gemäß diesen Bemerkungen Kochs kann kaum ein Zweifel bestehen, daß die Erscheinung der elektrischen Polarisierung, die zuerst an den Li-Linien von mir festgestellt wurde, und die Erscheinung der elektrischen Verstärkung, welche zuerst an den neuen He-Linien von Koch beobachtet wurde, außer an dem Li-Atom auch an dem He-Atom auftritt. Und ich vermute, daß sich an der dritten He-Nebenserie alle Untersuchungen wiederholen lassen werden, die von mir an der dritten Li-Nebenserie angestellt wurden.

Der Umstand, daß auch das He-Atom die neuen spektralen Erscheinungen im elektrischen Felde zeigt, ist wichtig; denn er beweist, daß diese neuen Erscheinungen nicht etwa an die besonderen Bedingungen geknüpft sind, unter denen von mir die Li-Emission untersucht wurde, sondern jeden-

1) Elektrische Spektralanalyse, p. 28.

falls in einer Eigenart der Atomstruktur begründet sind, welche bei mehreren chemischen Elementen wiederkehrt.

Es wird interessant sein, die chemischen Elemente unter dem Gesichtspunkt der neuen Erscheinungen mit einander zu vergleichen. Schon jetzt erscheint es nach unseren obigen Erfahrungen sicher, daß die dritte He-Nebenserie im Verhältnis zur ersten und zweiten Nebenserie durch das elektrische Feld weniger verstärkt wird als die dritte Li-Nebenserie. Wenn die von mir vorgeschlagene Deutung der neuen Erscheinungen richtig ist, so läßt sich aus diesem Unterschied folgern, daß das elektrische Moment des He-Atoms im Zustand der Serienemission kleiner ist als dasjenige des Li-Atoms im entsprechenden Zustand. Und hieraus ließe sich wieder folgern, daß dieselbe Feldstärke eine Li-Linie der dritten Nebenserie in größerem Betrage polarisiert als die entsprechende He-Linie.

Aachen, Physik. Institut der Technischen Hochschule,
15. August 1915.

(Eingegangen 21. August 1915.)

5. Der Einfluß der Magnetisierung auf den Gleichstromwiderstand des Graphits nach der Hauptachse; **von G. E. Washburn.¹⁾**

[Aus dem Bosscha-Laboratorium.]

Bezeichnungen.

a = Empirische Konstante.	\mathfrak{A} = Achsenvektor.
b = Proportionalitätsfaktor.	\mathfrak{C} = Stromvektor.
m = Exponentialkonstante.	\mathfrak{S} = Feldvektor.
R = Feldfreier Widerstand.	φ = Winkel (\mathfrak{A} , \mathfrak{S}) bzw. (\mathfrak{C} , \mathfrak{S}).
R' = Widerstand im Felde.	σ = Spezifischer Widerstand.

Wegen seines in vieler Hinsicht merkwürdigen Verhaltens hat sich die Aufmerksamkeit mehrerer Physiker neuerdings dem Graphit zugewandt. Owen²⁾ hat im hiesigen Laboratorium gefunden, daß die diamagnetische Suszeptibilität für die Richtung parallel der Hauptachse — eben dieselbe Richtung, die im folgenden in Betracht kommt — viel größer als die für Wismut ist. Roberts³⁾ fand dann, daß die Widerstandsänderung für den Fall, daß der Kristall mit seiner Hauptachse parallel der Feldrichtung orientiert ist und daß der Strom senkrecht zur Achse, also ebenfalls senkrecht zum Felde fließt, ($\mathfrak{C} \perp \mathfrak{A} \parallel \mathfrak{S}$) alle bisher beobachteten übertrifft. Bei der Temperatur der flüssigen Luft betrug der Widerstand in einem Felde von 50 Kilogauss fast das Hundertfache des feldfreien Widerstandes. Er untersuchte auch die Konfiguration ($\mathfrak{C} \perp \mathfrak{A} \perp \mathfrak{S}$) sowie die zwischen beiden liegenden, konnte aber keine Stifte parallel der Kristallachse herstellen. Über verwandte Eigenschaften des Graphits findet man An-

1) Auszug aus der Berliner Inaug.-Diss. (1914), auf die wegen weiterer Einzelheiten, insbesondere betreffs Präparate, Tabellenmaterial und Abbildungen, hingewiesen sei.

2) M. Owen, Ann. d. Phys. 37. p. 657. 1912.

3) D. E. Roberts, Ann. d. Phys. 40. p. 453. 1913.

gaben insbesondere in einer Arbeit Gottsteins.¹⁾ Die Interferenzaufnahme Ewalds ist weiter unten erwähnt.

Das Antimon wurde dann in ähnlicher Weise von de Haas²⁾ bearbeitet. Die sehr vollständige Untersuchung des Wismuts durch van Everdingen³⁾ liegt bereits weiter zurück.

Im Laufe einer Untersuchung des Halleffektes gemachte Schlüsse veranlaßten mich, meine Aufmerksamkeit besonders auf die Eigenschaften des Graphits parallel der Achse zu richten. Ich wandte mich zunächst der Aufgabe zu, den spezifischen Widerstand näher zu bestimmen. Es war von vornherein klar, daß man beim Graphit, besonders für die Richtung senkrecht zu den Spaltebenen, nicht auf allzu große Genauigkeit rechnen durfte. Da mir aber sehr gutes Material zur Verfügung stand, schien die Hoffnung, eine leidliche Übereinstimmung der Resultate zu erzielen, berechtigt.

I. Herstellung der Präparate.

Die Herstellung der Graphitpräparate war bedeutend schwieriger als für den Fall, daß der Strom senkrecht zur Achse fließt, da alsdann eine einfache Abspaltung der Kristallschichten ein zur Untersuchung geeignetes Präparat ergibt. Da die Vervollkommnung der Präpariermethode den Hauptteil der Arbeit bildet, so sei hier kurz darauf eingegangen.

Die präparative Aufgabe bestand darin, 1. aus dem rohen Stück Graphit eine Platte mit möglichst von natürlichen Spaltflächen gebildeten Endflächen und sauberen, der Hauptachse möglichst parallelen Rändern herauszuschneiden, ohne dabei die überaus zarte Graphitstruktur zu beeinträchtigen; 2. war ein sicherer, auf den Endflächen scharf begrenzter Kontakt mit dieser Platte zu machen. Der Kontakt durfte sich auch nicht um 0,01 mm über die Ränder herum erstrecken, denn bei der geringen Dicke der Platte (0,1—0,2 mm) würde dieses zu einem großen Fehler im Widerstand führen.

In der Hauptsache wurden drei verschiedene Arten von Präparaten hergestellt, die im folgenden als „Kupferpräparate“,

1) G. Gottstein, Inaug.-Diss. Freiburg i. B. 1913; Ann. d. Phys. 48. p. 1079. 1914.

2) W. J. de Haas, Versl. Akad. Amst. 22. p. 1110. 1914.

3) E. van Everdingen, Arch. Néerl. (2) 4. p. 371. 1901.

„Quecksilber-Zement-Präparate“ und „Quecksilber-Paraffin-Präparate“ nach den bei ihnen verwendeten Materialien bezeichnet sind. (Vgl. Photogramme 1—4 der Dissertation.)

Kupferpräparate. Aus einem rohen Stück Graphit mit möglichst ebenen Spaltflächen wurde durch Einbetten in Schellack und Aussägen mit einer feinen Laubsäge ein Streifen senkrecht zu den Spaltebenen herausgeschnitten. Dieses Streifen wurde dann wieder an zwei Stellen senkrecht zu seiner Länge durchgeschnitten. Die zwei Endspaltflächen des resultierenden kleinen Graphitblocks wurden durch sorgfältiges Abkratzen des Schellacks bloßgelegt. An diese Flächen wurden dann die feinen Kupferzuleitungen durch galvanisches Verkupfern befestigt. Für die Kupferpräparate wurden einige leidliche, aus einer Sendung gemeinen Ceylongraphits (G I) herausgesuchte Stücke benutzt. Bei einem Präparat jedoch gelangte ein gut orientierter, aber verbogener mexikanischer Graphit (G VII) zur Verwendung. Die rohen Ceylonstücke hatten bis zu einem Quadratcentimeter Oberfläche und waren bis zu 2 mm dick. Ihre Spaltflächen zeigten nahezu ebene Stellen, obgleich die feinen Knicklinien, die den charakteristischen Winkel von 60° miteinander bilden, fast über der ganzen Fläche ausgebreitet erschienen. Bei derartigen natürlichen Platten sind die basischen Spaltebenen parallel der Ebene der Platte, während die Hauptachse auf dieser Ebene senkrecht steht.

Alle Kupferpräparate wurden in ähnlicher Weise wie das soeben beschriebene Versuchspräparat hergestellt, nur wurden auf Grund der gewonnenen Kenntnis über die Leitfähigkeit die Querdimensionen größer genommen; auch wurde auf den breiten (Spalt-) Flächen der Platte der Schellack, statt abgekratzt zu werden, bis auf eine sehr dünne Schicht abgeschliffen und dann sorgfältig abgespaltet, so daß die Graphitplatte sich schließlich in einem kleinen Rahmen von Schellack befand. Diese wurde an einem Holzstift befestigt und die zwei feinen Kupferzuleitungen durch leichtes Einschmelzen in den Schellackrahmen auf die beiden blanken Flächen der Platte aufgedrückt, wo sie fest verkupfert wurden.

Diese Präparate waren mit Zuleitungen wenig über 1 mm dick. Sie zeigten aber einen mit der Zeit allmählich ansteigenden Widerstand.

Quecksilber-Zement-Präparate. Diese sollten von den Nachteilen der Kupferdrähte frei sein. Sie stellen das Ergebnis vieler Versuche dar, den Kontakt mit der Graphitplatte durch Quecksilber zu vermitteln. Für sie wie auch für die Quecksilber-Paraffin-Präparate wurde ein sehr guter Graphit (G VIII) ausschließlich benutzt. Dieser Graphit bestand aus sehr schönen dünnen Blättern, deren Reflexionsvermögen nahezu gleich dem von poliertem Stahl war. Auch die drei ausgezeichneten Richtungen in der basischen Ebene zeigten sich sehr deutlich. Im Gegensatz zu dem gewöhnlichen Ceylengraphit waren aber häufig Stellen, oftmals gleichseitige Dreiecke oder 60—120° Parallelogramme zu finden, wo die Fläche vollkommen frei von Knicklinien und in hohem Grade eben war.

An diesen Stellen waren oft die Spiegelbilder von Gegenständen in drei oder vier Meter Entfernung noch regelmäßig. Nach sorgfältigem Abstreifen der Spaltflächen auf beiden Seiten konnte ein bis auf einige Prozent genauer Planparallelismus konstatiert werden, auch an Regelmäßigkeit der Kristallstruktur und Festigkeit übertraf diese Sorte alle anderen, von denen etwa 15 zur Untersuchung gelangten. Wie von mehreren Mineralogen versichert wurde, konnten die besten Exemplare dieser Sorte als einzigartiger reiner Graphit betrachtet werden; man nimmt heute wohl allgemein eine ditrigonal-skalenoeдрische Struktur für diese Form des Kohlenstoffs an.

Es lag deswegen nahe, eine Interferenzaufnahme zu versuchen, welche von Hrn. Ewald¹⁾ in München mit der bekannten Laue-Friedrich-Knippingschen Anordnung ausgeführt wurde. Ein kleiner Kristall von G VIII (2 × 2 mm, etwa 0,1 mm dick) gab im Gegensatz zu sämtlichen anderen Graphiten ein brauchbares Interferenzbild mit hexagonaler Symmetrie, innerhalb derer Hemiedrie durchaus möglich erscheint. Es gelang damit auch zum ersten Male die Bestimmung des Achsenverhältnisses mittels Röntgenstrahlen, und zwar ergab sich jetzt innerhalb der Versuchsfehler

$$\frac{c}{a} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} = 1,633.$$

Bisher konnte es beim Graphit mangels ausgebildeter Kristallflächen niemals gemessen werden. Freilich gelang es noch

1) P. P. Ewald, Sitz.-Ber. Bayr. Akad. 43. p. 325. 1914.

nicht, die wahre Struktur zu ermitteln; allerdings dürfte das negative Ergebnis feststehen, daß der Graphit nicht — wie der Diamant¹⁾ — aus vierwertigen untereinander gleichen Kohlenstoffatomen aufgebaut ist. Diese Bestimmungen sollen später noch ergänzt werden, gegebenenfalls auch durch Reflexionsbeobachtungen.

Das benutzte Verfahren lieferte eine Graphitplatte mit natürlichen Spaltflächen und nahezu senkrecht geschnittenen Rändern, die sich in einem kleinen, genau passenden Zementkasten befand. Die flachen kapillaren Quecksilberrohre wurden dann durch die für sie bestimmten Öffnungen eingeführt und an den Zementkasten festgekittet. Potentialdrähte zur Bestimmung des Potentialgefälles, die aus kurzen Stücken Emaillendraht bestanden, wurden auf beiden Seiten bis ganz nahe an die Plattenoberfläche eingeleitet und befestigt, die beiden noch offen bleibenden Seiten des Zementkastens wurden mit sorgfältig gereinigten, der Plattenfläche nahezu parallel gestellten Platinelektroden abgeschlossen und das ganze außen mit einer dünnen Schicht Zement belegt. Stärkere Zuführungsdrähte wurden an die Potentialdrähte und die Platinelektroden angelötet. Schließlich stellte man das Präparat vertikal und füllte die Quecksilberrohre mit Quecksilber, welches den ganzen Zementkasten auf beiden Seiten der Graphitplatte zwischen ihm und den Platinelektroden ausfüllte.

Theoretisch sollte diese Form des Präparats alle Bedingungen des Experiments erfüllen. Trotzdem ergaben sich manchmal ziemlich erhebliche Änderungen des feldfreien Widerstandes.

Quecksilber-Paraffinpräparate. Erst durch diese wurde die Veränderlichkeit des feldfreien Widerstandes in befriedigender Weise beseitigt.

Die mit Schellack dünn belegte Graphitplatte wurde in Kitt eingebettet und ausgesägt, nicht geschliffen, wie bei den Quecksilber-Zement-Präparaten. Hierbei wurde als Bindematerial in den durch das Sägen entstehenden Spalten Paraffin (60 Proz.) statt Zement verwendet, welches durch Erwärmung des Ganzen über den Schmelzpunkt in die Spalten eingeschmolzen

1) W. H. Bragg, Proc. Roy. Soc. 89. p. 277. 1913. — M. v. Laue, Ann. d. Phys. 42. p. 397. 1913. — P. Debye, Ann. d. Phys. 48. p. 84. 1914. — E. Keller, Ann. d. Phys. 46. p. 157. 1915.

wurde. Waren alle vier Seiten geschnitten, so erhielt man durch Schmelzen der Paraffinfüllung und Abbrechen des überflüssigen Kitts einen kleinen in der Mitte durch die Graphitplatte in zwei Teile eingeteilten Kittblock. Die Bestimmung der Dicke der Platte konnte durch Messung an den bloßgelegten Rändern der Platte mit einem stark vergrößernden Meßmikroskop bestimmt werden. Schließlich hatte man eine vorschriftmäßige Graphitplatte, die mitten in einem genau passenden, dem Zementkasten der Quecksilber-Zement-Präparate ähnlichen Paraffinkasten fest saß. In dieser Weise wurden Präparate hergestellt, beispielsweise GVIII. 27 von den Quecksilber-Paraffin-Präparaten, bei denen die Graphitplatte schließlich ebenso tadellos wie anfangs erschien, und welche, obgleich diese Präparate zuerst Änderungen im Widerstand zeigten, nach etwa einem Tage genügend konstant wurden.

II. Feldfreie Messungen.

Die Meßmethode war bei allen drei Sorten von Präparaten die nämliche. Die Widerstände wurden mittels einer Thomsonschen Widerstandsbrücke (Siemens-Halskesches Modell) gemessen. Der Hauptmeßstrom betrug gewöhnlich 50–100 Milliampere; es wurde niemals eine Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke beobachtet. Bei jeder Messung wurden das Galvanometer und die Batterie kommutiert und der Mittelwert der vier Ablesungen genommen. Dieses Verfahren zur möglichsten Eliminierung thermoelektrischer und anderer Nebeneffekte an den Kontaktstellen¹⁾ hatte auch Roberts angewandt, da eine andere Methode sich hier kaum durchführen läßt. Untersucht wurden 5 Kupfer-, 6 Quecksilber-Zement- und 4 Quecksilber-Paraffin-Präparate. Von diesen sind die letzteren zweifellos die besten, und unter diesen wieder die Präparate 27 und 28. Gegen das Präparat 27 läßt sich kaum etwas einwenden.

Die Resultate für den absoluten spezifischen Widerstand σ sind in Tabelle 1, Spalte 5, zusammengestellt, die Werte für die Quecksilber-Paraffin-Präparate wegen ihrer größeren Zuverlässigkeit zuerst. Die mittels der besten Präparate 27 und 28 bestimmten geringsten Werte stimmen in

1) Vgl. F. C. Blake, Ann. d. Phys. 28. p. 465. 1909.

Tabelle 1.

	Signatur	Quer- schnitt qmm	Dicke mm	R Ω	$\sigma \cdot 10^4$ Ω pro ccm	$\frac{R' - R}{R}$ (Long) $\S = 26 \text{ KGS}$	$\frac{R' - R}{R}$ (Long) $\S = 28 \text{ KGS}$	$\frac{R' - R}{R}$ (Transv.) $\S = 26 \text{ KGS}$
Hg-Paraffin- präparate	G VIII, 27	5,72	0,155	0,00234	86	0,680	0,740	
	" 28	3,62	0,127	0,00280	79	0,884	0,902	0,118
	" 29	4,16	0,144	0,00478	138	1,46	1,65	
	" 30	3,50	0,194	0,0099	179	2,10	2,32	
Hg-Zement- präparate	" 21	6,69	0,180	0,00642	238		1,42	
	" 22	4,18	0,169	0,00804	199		1,38	
	" 23	2,42	0,129	0,00993	186		1,99	
	" 24	3,74	0,111	0,00883	298		2,05	
	" 25	4,83	0,100	0,00184	89		0,670	
	" 26	5,02	0,135	0,00337	125		1,06	
Kupferpräparate GI = Corlon- Graphit GVII = Mesitan- Graphit	GI, 16	0,94	0,80	0,09836	98			0,16
	" 17	1,63	0,55	0,0308	91			0,11
	" 18	—	—	0,519	—	1,06		0,30
	" 19	1,21	0,22	0,0248	136	0,84		0,22
	GVII, 20	0,84	0,18	0,0206	96			

genügender Weise miteinander überein, sowie auch mit den Resultaten für 25 und 26, die einzigen unter allen Zementpräparaten, welche einen nahezu konstanten feldfreien Widerstand zeigten. Wenn wir jene Werte als nahezu richtig annehmen, so dürfen wir auf den Wert

$$\sigma = 80 \text{ bis } 90 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm pro ccm}$$

für den absoluten spezifischen Widerstand des Graphitkristalls parallel der Hauptachse schließen. Der mittlere Wert aller Messungen war $144 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm pro ccm}$. Nun liegen zahlreiche Messungen für den spezifischen Widerstand senkrecht zur Hauptachse vor, die sämtlich von der Größenordnung 10^{-4} sind. Ich habe der Sicherheit wegen für dasselbe Material auch den Widerstand senkrecht zur Achse bestimmt. Es ergaben sich aus zwei Messungen die Werte:

$$\sigma = 0,80 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm pro ccm}$$

$$0,56 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm pro ccm};$$

von denen ersterer dem Werte für Quecksilber nahe gleich ist. Soviel mir bekannt, ist niemals ein so hoher Leitfähigkeitsunterschied für eine und dieselbe Substanz konstatiert worden. Daß der hohe spezifische Widerstand nach der Hauptachse beim Graphit nicht etwa nur ein Oberflächeneffekt ist, sondern daß er eine wirkliche Existenz in der Substanz selbst hat, wird auch durch die Übereinstimmung der Resultate, die mit verschiedenartigen Präparaten, wie den Kupfer- und Quecksilberpräparaten, gewonnen sind, bestätigt. Auch ist hervorzuheben, daß die Resultate teils mit Ceylon- und mexikanischem, teils mit amerikanischem Graphit erhalten wurden. Da aber die Resultate für den spezifischen Widerstand parallel der Achse annähernd stimmen, so scheint der große Leitfähigkeitsunterschied eine gemeinsame Eigenschaft aller Sorten zu sein.

Man könnte meinen, daß die spezifischen Widerstände für die Richtungen senkrecht zu den Spaltebenen und parallel zu diesen in Wirklichkeit gleich sind, und daß nur infolge schlechten Kontaktes zwischen den Kristallschichten der erstere scheinbar größer ist.

Daß es Stellen gibt, wo der Kontakt zwischen den Schichten weniger gut ist als an anderen, ist zweifellos richtig. Auch die besten Platten zeigen z. B. unregelmäßige Spiegelbilder, wenn man den Gegenstand genügend weit entfernt, ein Zeichen, daß auch hier gewisse kleine Unebenheiten vorhanden sind. Auch beim Abstreifen der Schichten merkt man, daß manche Schichten oder Teile von Schichten sich leichter abreißen lassen, als andere. Es ist also sicher ein gewisser Kontaktwiderstand in der Richtung parallel der Achse vorhanden.

Daß dieser aber nicht der Haupteffect ist, halte ich durch die erzielte Übereinstimmung der Resultate für den spezifischen Widerstand für genügend erwiesen. Beruhte nämlich der Widerstand nur auf schlechtem Kontakt, so würde man allerlei Werte für den spezifischen Widerstand bekommen; denn unregelmäßige Ursachen, wie Spalten und Risse, könnten, auch wenn sie sehr klein wären, unmöglich zu bestimmten Resultaten führen. Die Werte für den spezifischen Widerstand liegen aber zwischen den verhältnismäßig engen Grenzen 80 und $300 \cdot 10^{-4}$ Ohm pro Kubikzentimeter, oder wenn man die zuverlässigeren absondert, zwischen noch engeren Grenzen,

und sind sämtlich von einer ganz anderen Größenordnung, als die beiden Zahlen für die Richtung senkrecht zur Achse. Wir müssen also daraus schließen, daß der unregelmäßige Kontaktwiderstand in Richtung der Achse zum Teil für die Abweichungen in den Werten des spezifischen Widerstandes für verschiedene Präparate verantwortlich ist, die *Größenordnung* des spezifischen Widerstandes aber nicht erklären kann.

Infolge des durch äußere Umstände gebotenen Abschlusses der vorliegenden Arbeit war es mir noch nicht möglich, die naheliegende, experimentell jedoch recht schwierige Untersuchung der *Wärmeleitfähigkeit* parallel bzw. senkrecht zur Hauptachse in Angriff zu nehmen.

Einen gewissen Nachteil der sonst sehr befriedigenden Quecksilber-Paraffinpräparate bildete der Umstand, daß naturgemäß nur bei Temperaturen zwischen dem Gefrierpunkt des Quecksilbers und dem Schmelzpunkt des Paraffins gearbeitet werden konnte, während z. B. Roberts ohne weiteres den Bereich von -200° bis $+200^{\circ}$ ausnutzen konnte. Ich fand den Widerstand nach der Hauptachse von $+40^{\circ}$ bis herab zu -25° merklich konstant, während er dann bis -35° stark abnahm. Ähnliches fand Roberts (l. c. p. 471) auch für die Querrichtung.

III. Messungen im magnetischen Felde.

Orientierung. Was den Einfluß der Magnetisierung auf den Widerstand parallel zur Hauptachse anbelangt, so wurden mit den ersten Kupferpräparaten Versuche in dieser Richtung angestellt. Der benutzte Halbringmagnet mittlerer Größe gab Felder bis zu 30 Kilogauss. Die Stirnflächen der Polspitzen hatten 12 mm Durchmesser und 4,6 mm Abstand. Innerhalb des vom Präparate eingenommenen Raumes von höchstens 2,5 mm Ausdehnung war das Feld genügend gleichförmig, wie ich mich überzeigte.¹⁾

Zuerst war das Präparat im Felde so orientiert, daß der Strom und die Hauptachse senkrecht zum Feld gerichtet waren ($\mathcal{C} \parallel \mathcal{A} \perp \mathcal{H}$). Dann wurde es aus dieser Lage durch eine Drehung von 90° in die Lage gebracht, in welcher der Strom und die Achse beide parallel dem Feld waren ($\mathcal{C} \parallel \mathcal{A} \parallel \mathcal{H}$). Die Messungen mit den Kupferpräparaten zeigten in überraschender

1) Vgl. H. du Bois, Ann. d. Phys. 42. p. 911. 1913.

Weise — und das Ergebnis ist seitdem in allen Fällen bestätigt worden —, daß die Widerstandsänderung im Feld bei abnehmendem Winkel zwischen Strom- und Feldrichtung zunimmt und in der Stellung, wo der Strom der Feldrichtung parallel fließt, ihren Maximalwert hat.

Graphisch tritt dieses sehr deutlich hervor. Es sind in Fig. 1 zwei Polarkurven abgebildet, die mit dem Kupfer-

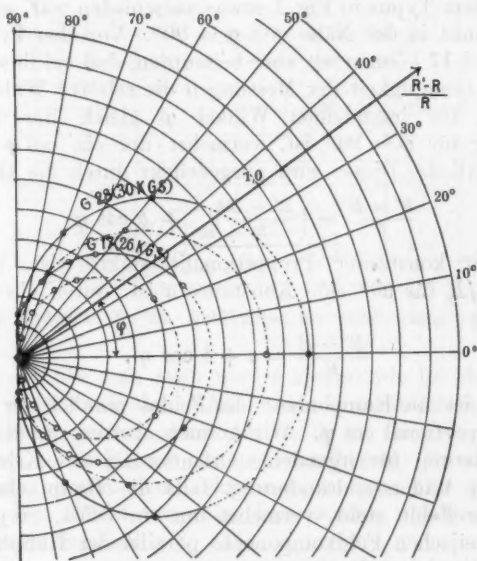


Fig. 1. Polare Orientierungskurven.

präparat Nr. 17 bei 26 Kilogauss und dem Quecksilber-Paraffinpräparat Nr. 28 bei 30 Kilogauss erhalten wurden. Dabei bedeutet die Winkelcoordinate (φ) den spitzen Winkel zwischen Strom- und Feldrichtung, der Radiusvektor den entsprechenden Wert von $(R' - R)/R$. Die gestrichelten Strecken der sonst ausgezogenen Kurven sind willkürlich, weil es unmöglich war, dort Punkte zu bestimmen. Aus diesen Kurven selbst ist keine einfache Beziehung zwischen beiden Polarkoordinaten zu ersehen. Verkürzt man aber jeden Radiusvektor um den Betrag von $(R' - R)/R$ für $\varphi = 90^\circ$, so erhält man in beiden

Fällen, wie die strichpunktierten Kurven zeigen, nahezu Kreise, d. h. die Differenz zwischen dem Wert von $(R' - R)/R$ für irgendeinen Winkel φ und seinem Wert für $\varphi = 90^\circ$ ist nahezu proportional $\cos \varphi$. Diese Beziehung wird auch durch die numerischen Werte bestätigt (vgl. Diss., Tab. 2, 3, 4).

Einige weniger zuverlässige Präparate, wie z. B. Nr. 29, deren Feldkurven auch von denjenigen für die besten Quecksilberpräparate Nr. 27 und 28 abwichen, gaben eine Kurve, die von dem Typus in Fig. 1 etwas verschieden war, mit einem Wendepunkt in der Nähe von $\varphi = 90^\circ$. Von den Präparaten Nr. 28 und 17 können wir aber behaupten, daß bei ihnen innerhalb der Genauigkeit der Messungen die relative Widerstandsänderung für irgendeinen Winkel φ gleich der relativen Änderung für $\varphi = 90^\circ$ ist, vermehrt um ein $\cos \varphi$ proportionales Glied. Dieses wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$\frac{R' - R}{R} = \left(\frac{R' - R}{R} \right)_{90^\circ} + b \cos \varphi$$

wo b ein konstanter Proportionalitätsfaktor ist, oder da $(R' - R)/R$ für 90° eine Konstante a ist, durch die einfache Gleichung

$$\frac{R' - R}{R} = a + b \cos \varphi.$$

Nun ist die Komponente des Feldes parallel der Hauptachse proportional $\cos \varphi$. Wir können also sagen, die Widerstandsänderung für irgendeine Orientierung des Kristalls sei gleich der Widerstandsänderung, falls die Hauptachse senkrecht zum Felde steht, vermehrt um ein Glied, proportional der magnetischen Feldkomponente parallel der Hauptachse in der betreffenden Orientierung.

Man kann auch Kurven gleicher Orientierung und veränderlichen Feldes bestimmen. Solche Kurven für das Quecksilberpräparat Nr. 28 und für die Neigungswinkel 0° , 50° , 70° , 90° sind beigelegt (Fig. 2). In bezug auf diese Kurve sagt die oben abgeleitete Beziehung aus, daß bei gegebenem Feld die Differenzen zwischen den Ordinaten der verschiedenen Kurven und der Ordinate für die unterste Kurve proportional dem Kosinus der entsprechenden Neigungswinkel sind.

Longitudinaler Maximaleffekt. Wie man aus den Orientierungskurven (Fig. 1) sieht, zeigt die relative Widerstandsänderung ein Maximum für $\varphi = 0^\circ$, und, da in dieser Lage

der Strom parallel dem Felde ist, so handelt es sich um einen rein longitudinalen Effekt. In Tab. 1, Spalten 6 und 7, findet man die Werte für diesen longitudinalen Effekt für die Kupferpräparate bei 26 Kilogauss, für die anderen bei 28 Kilogauss. Der Effekt ist für einen Längseffekt sehr stark, bei dem Quecksilberpräparat Nr. 27 in einem Felde von 30 Kilogauss über 80 Proz.

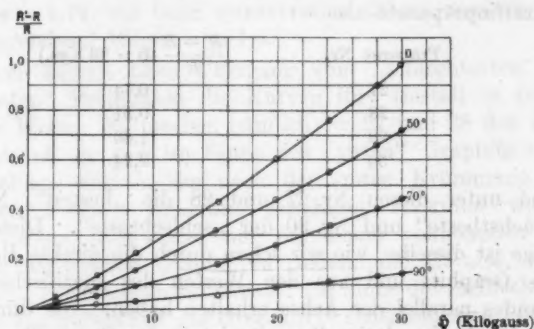


Fig. 2. Präparat Nr. 28. Feldkurven für verschiedene φ -Werte.

Hier könnte man auch wieder ebenso wie bei dem spezifischen Widerstand den Effekt auf Unregelmäßigkeiten im Material zurückführen; denn wäre z. B. im Graphit ein Spalt vorhanden, so müßte der Strom herumfließen. Er würde also nicht mehr parallel dem Felde, sondern zum Teil quer dazu fließen. Der Effekt wäre also kein wahrer, sondern nur ein scheinbar longitudinaler.

Daß nämlich auch ein Quereffekt vorhanden ist, kann nicht bezweifelt werden. Es ist jedoch unmöglich, daß er den ganzen oder den Hauptteil des beobachteten longitudinalen Effekts ausmacht; denn in diesem Falle würden z. B. die Kurven für die Abhängigkeit der relativen Widerstandsänderung von der Feldintensität für den longitudinalen Effekt die gleiche Gestalt haben, wie diejenigen für den transversalen. Tatsächlich aber haben sie, wie nachstehend gezeigt wird, eine andere Form. Ferner ist, wie bei dem spezifischen Widerstand, die Übereinstimmung der Resultate für den longitudinalen Effekt eine bessere, als zu erwarten wäre, wenn der Effekt von völlig unregelmäßigen Ursachen herrührte.

Führt man die Abweichungen in den Werten des Effekts auf Spalten im Graphit zurück, so kann man sie ebenso wie beim spezifischen Widerstand benutzen, um eine rohe Schätzung der Qualität zu erhalten. Je größer der longitudinale Effekt infolge des durch die Spalten hervorgerufenen scheinbaren longitudinalen Effekts ist, desto „schlechter“ ist der Graphit. Nach den Werten des longitudinalen Effekts für die Quecksilber-Paraffinpräparate also

Präparat Nr.	$\frac{R' - R}{R}$ ($\Phi = 28$ Kgs.)
27	0,74
28	0,91
29	1,66
30	2,24

sind unter diesen Nr. 27 und 28 die „besten“, Nr. 29 der „nächstbeste“ und Nr. 30 der „schlechteste“. Diese Reihenfolge ist dieselbe, wie wir schon durch die direkte Beurteilung des Graphits und aus den Werten des spezifischen Widerstandes parallel der Achse erhalten haben. Sie dürfte wahrscheinlich die relative Zuverlässigkeit der Quecksilber-Paraffinpräparate darstellen.

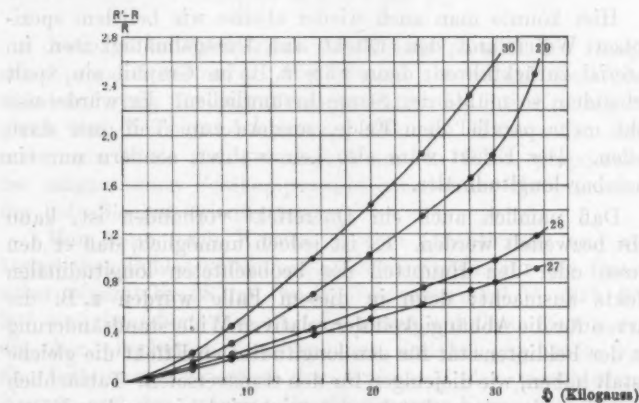


Fig. 3. Präparate Nr. 27 bis 30. Feldkurven für $\varphi = 0$.

Die Abhängigkeit des longitudinalen Maximaeffekts von der Feldstärke wird in Fig. 8 für die vier Quecksilber-Paraffinpräparate dargestellt. Wie man sieht, haben diese Kurven

außer der oberen eine Form, welche von derjenigen für den transversalen Effekt bei derselben Orientierung des Kristalls im Felde sehr verschieden ist. Diese lassen sich nämlich nach Roberts durch eine Potenzfunktion darstellen. Nur die oberste Kurve, die mit dem „schlechtesten“ Präparat Nr. 30 — die vorhergehende Gruppierung zugrunde legend — erhalten wurde, folgt nahezu einem Potenzgesetz, jedoch nicht mit der Potenz $m = 1,74$, wie beim transversalen Effekt, sondern mit einem ungefähren Werte $m = 1,4$.

Ferner ändern beim Übergang vom „schlechtesten“ zu den „besten“ Präparaten die Kurven ihre Gestalt in merkwürdiger Weise. Es machen nämlich Nr. 27 und 28 den Eindruck, als ob sie sich im Sinne des „guten“ Graphits einer Form nähern wollten, die nach der ersten Krümmung bei schwachen Feldern fernerhin geradlinig verlaufen würde. Dieser Verlauf wäre dann nur bei einem vollkommen ungestörten natürlichen Graphit zu finden, und ist also, wenn er existiert, praktisch unrealisierbar. Im Sinne des „schlechten“ Graphits andererseits ist die Grenzkurve scheinbar eine Potenzkurve, die ihrer Form nach wenigstens denjenigen für den transversalen Effekt ($\mathcal{E} \perp \mathcal{H} \parallel \mathcal{C}$) entsprechen würde.

Es ist noch zu bemerken, daß der Kristall für den hier betrachteten Längseffekt und für den großen von Roberts untersuchten Quereffekt, in bezug auf das Feld, genau dieselbe Lage hat. Ruft das Feld also irgendeine Zustandsänderung im Kristall hervor, so muß diese in beiden Fällen dieselbe sein.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Es gelang Graphitpräparate herzustellen, in welchen der Strom parallel zur Hauptachse fließt. Mit diesen konnten brauchbare Interferenzaufnahmen erhalten werden.

2. Der absolute spezifische Widerstand des Graphits in Richtung der Hauptachse wurde bestimmt; sein wahrscheinlichster Wert ist 80 bis $90 \cdot 10^{-4}$ Ohm pro cm.

3. Da der spezifische Widerstand senkrecht zur Hauptachse etwa $0,80 \cdot 10^{-4}$ Ohm pro cm beträgt, so hat man für das Verhältnis der beiden zirka 100 , meines Wissens der größte bisher beobachtete Leitfähigkeitsunterschied bei ein und derselben Substanz.

4. Die Änderung des Widerstandes parallel der Hauptachse wurde für verschiedene Orientierungen des Kristalls im magnetischen Felde sowie für verschiedene Feldstärken untersucht.

5. Bei einigen Präparaten ließ sich die relative Widerstandsänderung für den Neigungswinkel φ zwischen Strom bzw. Hauptachse und Feldrichtung innerhalb der Versuchsfehler durch die einfache Formel $(R' - R)/R = a + b \cos \varphi$, ausdrücken. Das heißt: Die relative Widerstandsänderung bei irgendeiner Orientierung ist gleich der Widerstandsänderung, falls die Hauptachse senkrecht zur Feldrichtung steht, vermehrt um ein Glied, proportional der magnetischen Feldkomponente in Richtung der Achse.

6. Hierbei ergab sich die Widerstandsänderung in derjenigen Orientierung, bei welcher der Strom parallel dem Felde war, um ein Beträchtliches (6—7 mal) größer als bei einem senkrecht zum Felde gerichteten Strome. Der longitudinale Maximaleffekt (etwa 80 Proz. in einem Felde von 30 Kilogaß) dürfte die größte beobachtete longitudinale Widerstandsänderung im magnetischen Felde sein.

7. Die Abhängigkeit des longitudinalen maximalen Effektes von der Feldstärke wurde untersucht.

Hrn. Prof. H. du Bois möchte ich an dieser Stelle meinen besten Dank dafür aussprechen, daß er mir die Hilfsmittel seines Institutes in reichem Maße zur Verfügung stellte, sowie auch für sonstiges Entgegenkommen. Hrn. Dr. W. J. de Haas verdanke ich manche freundliche Hilfeleistung.

(Eingegangen 27. Juli 1915.)

**6. Elektrische Fällung, Stokessches Gesetz und die Beseitigung von Teilchen aus Flüssigkeiten;
von W. W. Strong.**

Die rings um einen zylindrischen Leiter — etwa um einen auf hohem elektrischen Potential gehaltenen und innerhalb eines Metallzylinders angeordneten Draht — auftretende elektrische Entladung ist ein typisches Beispiel für eine Koronaentladung, und diese Entladungsform wird zur Beseitigung suspendierter Staub-, Dunst- und Rauchteilchen aus Gasen benutzt, die zwischen Draht und Zylinder hindurchströmen. In der Praxis läßt man das Gas mit einer Geschwindigkeit von etwa 5 bis 6 Fuß (rund 1,5 bis 1,8 m, d. Übers.) in der Sekunde durch den Zylinder gehen, und der Erfolg ist, daß bei passend eingestellten Versuchsbedingungen die Koronaentladung praktisch alles suspendierte Material aus dem Gase zur Innenwand des Zylinders hinfegt. Man kann die Zylinder senkrecht aufstellen, so daß man den Staub- oder Dunstniederschlag, wenn er genügend dick geworden ist, auf mechanischem Wege durch Klopfen gegen den Zylinder oder auch mit Hilfe elektrischer Kräfte beseitigen kann. Der Vorgang der elektrischen Abscheidung von Staub, Dunst und Rauch ist eine der nützlichen Anwendung eines Zustandes, bei dem eine intensive Ionisation eines Gases erforderlich ist.

Das Verfahren der elektrischen Abscheidung wurde zuerst im Jahre 1883 in England von Sir Oliver Lodge und A. O. Walker¹⁾, an der Universität California von F. G. Cottrell, Walter A. Schmidt u. a.²⁾ und im Jahre 1911 an der Universität Pittsburgh von W. W. Strong und A. F. Nesbit³⁾ ausgeführt.

1) Journ. Soc. Chem. Ind. 5. p. 572—576. 1886; Nature 71. p. 582. 1905.

2) Journ. Ind. and Eng. Chem. 3. p. 542—550. 1911. Aug.

3) Journ. Franklin Institute 174. p. 293—263. 1912. Sept.; Proc. Amer. Inst. El. Eng., Juni 1913. p. 1305—1314; Febr. 1915. p. 229—236.

Die elektrische Abscheidung suspendierter Teilchen aus einem gasförmigen Medium ist deshalb theoretisch wichtig, weil sie einen sehr einfachen Typus der elektrischen Entladung (einen in einem umgebenden Zylinder axial angeordneten Draht), einen Zustand intensiver sekundärer Ionisierung und eine Anwendung des Stokesschen Gesetzes über den Reibungswiderstand umfaßt, dem die suspendierten Teilchen begegnen, wenn sie durch das Gas hindurch getrieben werden.

Der Zweck der vorliegenden Arbeit besteht in der Verfolgung der bei der Koronaentladung mitspielenden Energieumwandlungen, in der Anwendung des Stokesschen Gesetzes auf das Problem der elektrischen Abscheidung und in der Feststellung einiger der bei der elektrischen Abscheidung in Frage kommenden physikalischen Probleme.

Der bei der Koronaentladung auftretende Energieverlust umfaßt die Erzeugung von Ionen, die Steigerung der kinetischen Bewegungsenergie der Gasmoleküle, die Erzeugung chemischer Verbindungen, die Dissoziation von Aggregaten, die Assoziation von Molekülen usw. zu „Aggregaten“, die Erwärmung der Elektroden und die bei der Beseitigung von Ionen und „Aggregaten“ aus dem Gase geleistete Arbeit. In Luft umfassen einige dieser Energieumwandlungen die folgenden Vorgänge:

1. Die Erzeugung von Ionen, wie \bar{O}_2^+ , N_2^+ , von Elektronen, von \bar{O}^+ , \bar{O}^+ , N^+ , O^+ , N^+ , \bar{O}_3^+ , \bar{O}_3^+ , N_3^+ , N^+ usw.¹⁾
2. Die Erzeugung dissoziierter Produkte, wie O, N, möglicherweise auch OH, H usw.
3. Die Erzeugung chemischer Verbindungen, wie H_2O_2 , O_3 , NO, und anderer Oxyde des Stickstoffs.
4. Die Erzeugung von Aggregaten. Bekanntlich bilden sich in Luft, welche Feuchtigkeit enthält, verschiedene „Aggregate“, möglicherweise um H_2O_2 , O_3 , Stickstoffoxyde oder Ionen als Kerne. Die Natur dieser Aggregate ist nicht recht bekannt, aber sie spielen zweifellos eine wichtige Rolle für den Vorgang der elektrischen Abscheidung und für die Lebensdauer der Ionen.
5. Die Erwärmung der Elektroden, die hauptsächlich davon herrührt, daß durch den Anprall von Ionen kinetische Energie auf sie übertragen wird.

1) Vgl. Sir J. J. Thomson, Positive Rays.

6. Die durch den Widerstand der inneren Reibung bei der Beseitigung von „Aggregaten“ und suspendierten Rauch-, Staub- oder Dunsteilchen aus dem Gase verzehrte Energie.

7. Die Erwärmung des Gases.

Ein größerer Teil des Energieverlustes in der Korona wird von dem Gase zur Erhöhung seiner Temperatur verzehrt; unter gewöhnlichen Verhältnissen gehen etwa 4 Proz.¹⁾ der Energie zur Bildung von Oxyden des Stickstoffs darauf, ein ähnlicher Betrag zur Bildung von Ozon, und falls es sich um sehr dichte Nebel handelt, kann ungefähr die gleiche Energiemenge auf die Beseitigung der suspendierten Materie aus dem Gase verwendet werden. Es ist sehr wichtig, genaue Messungen über die Verteilung der Energie auf diese verschiedenen Vorgänge anzustellen.

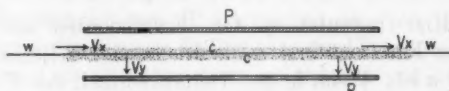


Fig. 1.

Zum Zwecke der Anwendung des Stokesschen Gesetzes auf das Problem der Beseitigung suspendierter Teilchen aus einer Flüssigkeit wollen wir zunächst das Problem der elektrischen Abscheidung als Beispiel nehmen. Die Theorie gilt indessen für jeden Fall, wie Zentrifugieren, Auswaschen oder Absetzenlassen. In Fig. 1 sei P der Querschnitt durch ein zylindrisches Rohr, w der Draht, von dem die Koronaentladung ausgeht, V_x die Longitudinalgeschwindigkeit der durch das Rohr hindurchgehenden Rauchgase und V_y die Transversalgeschwindigkeit, die den Rauchteilchen erteilt werden muß, damit sie das Rohr P erreichen, ehe das Gas aus dem Rohre austritt. Die für die Abscheidung des Rauches notwendige Bedingung erfordert, daß den Rauchteilchen eine gewisse Transversalgeschwindigkeit erteilt wird, während wir annehmen wollen, daß das Gas selbst nur eine Longitudinalgeschwindigkeit besitze. Jene Rauchteilchen, welche nahe am Rande der Röhre eintreten, werden keiner so großen Geschwindigkeit V_y bedürfen wie die nahe der Röhrenmitte eintretenden. Wir wollen für unsere Zwecke annehmen, die not-

1) Vgl. Science 40. p. 899—903. 1914.

wendige Geschwindigkeit der Teilchen sei $\frac{1}{2} V_y$, wo V_y so bemessen ist, daß

$$(1) \quad y/V_y = x/V_x$$

ist, wo y der Halbmesser des Rohres und x die Rohrlänge ist. Diese Annäherung kommt den tatsächlichen Verhältnissen näher, als man annehmen möchte, weil die eintretenden Gase einer Koronaentladung ausgesetzt sind, ehe sie tatsächlich in das Rohr eintreten.

Der Widerstand der inneren Reibung, F , die entsteht, wenn sich ein Teilchen¹⁾ mit einer Geschwindigkeit V_y durch ein Medium bewegt, wird durch das bekannte, zuerst von Stokes angegebene Gesetz

$$(2) \quad F = 6 \pi \eta a \sigma V_y$$

gegeben. Hier bedeutet η den Koeffizienten der inneren Reibung des Fluidums und σ die Dichte des Teilchens, dessen Halbmesser a ist. Wenn in der Volumeneinheit des Fluidums n Teilchen vorhanden sind, und wenn sich jedes Teilchen um eine Strecke y gegen die Kraft F bewegt, so ist der Betrag der in der Volumeneinheit geleisteten Arbeit:

$$(3) \quad W = n F y = 6 \pi n \sigma a \eta y V_y.$$

Wir können daher die Gleichung (3) benutzen, um die Energiemenge zu berechnen, die erforderlich ist, um aus einem Fluidum suspendierte Materie zu beseitigen, die aus kugelförmigen Teilchen von einheitlicher Größe besteht (etwa um Rauch, Dunst und Staub aus Gasen oder um suspendierte Teilchen, kolloidale Teilchen und Emulsionen aus Flüssigkeiten zu beseitigen). Diese Gleichung liefert den Mindestwert für die Energie, welche die Abscheidung der Teilchen aus dem Fluidum bewirkt. In der Praxis macht man V_y gewöhnlich so groß wie möglich, und wenn n veränderlich ist, muß man die Apparatur zur Abscheidung so einrichten, daß sie auch für den Fall ausreicht, in dem n seinen größten Wert hat. Wenn V_y sehr klein ist, nähert sich W dem Werte Null. Große Abscheidungskammern bieten ein angenähertes Beispiel für diesen letzteren Fall.

1) Die Abweichungen der Rauch- und Dunsteilchen von der Kugelgestalt sind hierbei nicht berücksichtigt.

Die Kraft F in Gleichung (2) ist eine Differentialkraft und kann alle möglichen Ursachen haben. Für gewöhnlich rührt die Differentialkraft daher, daß die Teilchen eine Masse haben, die von jener der Teilchen des Mediums verschieden ist (Wirkung der Schwerkraft oder einer Fliehkraft), oder sie ist die Folge einer verschiedenen Permeabilität oder Dielektrizitätskonstante (Wirkung magnetischer und elektrischer Felder), einer verschiedenen Leitfähigkeit (beispielsweise die Kohärerwirkung in einem elektromagnetischen Felde), einer Verschiedenheit in der statischen Entladung (Koronaverfahren der elektrischen Abscheidung), einer Verschiedenheit in der Größe der Oberfläche (Strahlungsdruck, Druck infolge des Auftreffens von Ionenströmen usw.), einer Verschiedenheit in der kinetischen Energie oder der mittleren freien Weglänge, einer Verschiedenheit in der Dichte usw.

Die Berechnung von W ist unabhängig von der Art der Kraft, welche die inneren Reibungskräfte [F in Gleichung (2)] wachruft, und sie ist daher auch unabhängig von der Energiemenge, die beim Abscheidungsvorgange verbraucht wird, außer sofern durch diese a , η , σ oder V_y verändert werden. Der Energiewirkungsgrad irgendeines Abscheidungsvorganges kann daher definiert werden als das Verhältnis von W zu der für die Volumeneinheit des behandelten Fluidums verausgabten Energiemenge E , also:

(4) E/W = Energiewirkungsgrad des Abscheidungsverfahrens.

Die Ergebnisse der Gleichungen (2) und (3) lassen sich bei geeigneter Abänderung der Gleichung (2) auf ein Gemisch aus zwei oder mehreren beliebigen Teilchen anwenden. Wenn sich a dem Werte der mittleren freien Weglänge eines Moleküles nähert (bei Atmosphärendruck ist λ für Wasserstoff 0,000096 mm und für CO 0,000038 mm), wie dies bei feinem Dunst der Fall ist (für feinen Zigarettenrauch ist $a = 0,00001$ mm) so erhalten wir:

$$(5) \quad F = \frac{q_{\eta} V_y}{2 a^3 (\sigma - \varrho)} \left(\frac{1}{1 + A \frac{\lambda}{a}} \right).$$

In dieser Gleichung ist A eine Konstante und η ist für Luft bei $2,3^{\circ}\text{C} = 0,0001824$. Aus den Arbeiten von Perrin, Millikan, Mc Keehan u. a. geht hervor, daß das Stokesche

Gesetz innerhalb eines sehr weiten Bereiches gilt und daß es nur für die allerfeinsten Teilchen nicht streng zutrifft. Für die Abscheidung von Molekülen verschiedener Größe würde man eine stark veränderte Form des Gesetzes anzuwenden haben. Unter solchen Verhältnissen würde das Gesetz von der Natur der Molekülstöße abhängig sein.

In der Praxis sucht man die Abscheidung unter solchen Bedingungen zu bewerkstelligen, die V_y möglichst groß zu machen gestatten, während das Volumen der Abscheidungskammer so klein wie möglich ist, und die Teile der Kammer möglichst wenig zahlreich und möglichst einfach gestaltet und konstruiert sind. Wir wollen annehmen, die Kammer werde von zwei parallelen Ebenen begrenzt, die um y Längeneinheiten voneinander entfernt, x Einheiten lang und eine Einheit breit sind. Das Fluidum soll sich längs x mit einer Geschwindigkeit V_x bewegen. Um die suspendierte Materie abzuschneiden, muß man den suspendierten Teilchen in der Richtung y eine Geschwindigkeit V_y relativ zur Geschwindigkeit der Teilchen des Fluidums verleihen, so daß sämtliche suspendierten Teilchen zu den Wänden der Kammer hingetrieben werden, bevor die Fluidumteilchen aus der Kammer austreten. Die mittlere Strecke, welche ein suspendiertes Teilchen zurücklegt, wird daher $y/2$ sein, während die Zeit, die ein suspendiertes Teilchen braucht, um eine Strecke y zurückzulegen, dieselbe sein wird, die ein Teilchen des Fluidums braucht, um die Strecke x zu durchmessen. Wenn die Einheit 1 cm ist, werden wir uns den Verhältnissen eines Drahtes in einem großen Zylinder nähern. In der Praxis benutzt man zuweilen Zylinder von 40 bis 50 cm Durchmesser. Dann gilt angenähert:

$$(6) \quad y/V_y = x/V_x, \quad V_x = xV_y/y, \quad V_y = yV_x/x.$$

Die Kraft F kann als konstant längs y angenommen werden. Für den Fall eines Ions, das sich in einem gleichförmigen elektrischen Felde bewegt, gilt diese Voraussetzung angenähert, denn das Ion erreicht seine Geschwindigkeit in dem Felde fast augenblicklich nach Anlegung des Feldes. Die Gleichung (3) wird dann für n Teilchen in der Volumeneinheit:

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} W &= nFy/2 = 3\pi an\sigma\eta yV_y = 3\pi n\sigma a\eta y^2V_x/x \\ &= 3\pi an\sigma\eta (V_y^2/V_x)x. \end{aligned} \right.$$

Wir sehen mithin, daß sich die zur Abscheidung erforderliche Energiemenge bei einer gegebenen Länge der Kammer und einer gegebenen Durchströmungsgeschwindigkeit des Fluidums durch die Kammer proportional mit y^2 oder mit V_y^2 ändert. Bei einem gegebenen Werte von y bewirkt eine Steigerung der Geschwindigkeit eine Steigerung der zur Abscheidung erforderlichen Energiemenge, während eine Steigerung der Länge x der Kammer die erforderliche Energiemenge vermindert.¹⁾ In der Praxis erweist es sich als schwierig, V_y groß zu machen, so daß man den Wert $y/V_y = x/V_x$ nicht sehr klein machen kann. Da V_x möglichst groß sein muß und x nicht so klein sein darf, daß dadurch die Strömung des Fluidums behindert wird, kann man x nicht sehr kurz machen.

Im Zusammenhange hiermit lassen sich verschiedene Fragen erörtern. Fördert die Verdünnung eines Fluidums, das suspendierte Materie enthält, den Energiewirkungsgrad des Abscheidungs Vorganges? Sie fördert ihn natürlich nicht, wenn die Verdünnung veränderlich ist und n zuweilen den in Gleichung (6) angegebenen Wert erreichen kann. Das ist auch in der Praxis allgemein der Fall, weil F und y unabhängig von n sind, und die seitens eines Abscheidungsapparates erforderliche Energie für gewöhnlich von F und y und nicht unmittelbar von n abhängt.

Wir wollen indessen annehmen, wir verdünnen für eine und dieselbe Abscheidungskammer 1 Volumeneinheit auf z Volumeneinheiten. Dann erhalten wir:

$$W_1 = (3\pi\sigma a\eta)nyV_y = (3\pi\sigma a\eta)ny^2V_x/x, \text{ geleistet in einer} \\ \text{Zeit von } 1/\pi y^2 V_x \text{ Sekunden;}$$

$$W_z = z(3\pi\sigma a\eta)(n/z)yV_y = (3\pi\sigma a\eta)ny^2V_x/x, \text{ geleistet in einer} \\ \text{Zeit von } z/\pi y^2 V_x \text{ Sekunden.}$$

Es ist somit z mal so viel Energie erforderlich, um dieselbe Menge Materie abzuschcheiden, wenn diese verdünnt ist. Der Abscheidungs Vorgang wird demnach nicht selektiv sein, sondern die suspendierten Teilchen gleichzeitig entfernen.

Wir müssen die Frage stellen, ob die Aggregation der Teilchen zu größeren Teilchen erwünscht ist. Im allgemeinen

1) Mit dem Ausdruck „Energie“, wie er hier benutzt ist, darf man nicht den Begriff der in der Koronaentladung benutzten Energie verbinden, die natürlich direkt proportional mit der Rohrlänge wächst.

ist sie dann erwünscht, wenn man dadurch die Differentialkraft F vergrößern kann, wie etwa wenn F eine Funktion von m oder von a^2 oder gar von a^3 ist (Aufprall von Ionenströmen oder Lichtdruck). Bei dem Koronaverfahren hängt F von der Ladung der Teilchen ab (V_y ist die Beweglichkeit der Teilchen) und der Widerstand der inneren Reibung ist für die kleineren Teilchen kleiner. Ein Ziel bei der Vergrößerung von a besteht darin, die Fläche der Teilchen zu vergrößern, die dem Anprall der Ionenströme ausgesetzt ist, und dadurch eine größere Ladung auf den Teilchen zu erhalten. Der Umstand, daß unter gewissen Verhältnissen das Verfahren der elektrischen Abscheidung durch die Koronaentladung selektiv ist (indem die bläulichen und demnach kleineren Teilchen leichter abgeschieden werden), weist darauf hin, daß der Anprall von Ionenströmen bei der Erzeugung der Geschwindigkeit V_y eine sehr bedeutende Rolle spielt, und daß dieses V_y nur zum Teil eine Beweglichkeitsgeschwindigkeit ist. Es würde sehr interessant sein, zu erfahren, wie die Teilchen geladen werden und inwiefern die von ihnen aufgenommene Ladung eine Funktion der Teilchengröße und der Natur der Koronaentladung in dem Gase ist.

Die Menge kinetischer Energie, welche die Teilchen, wie angenommen wird, an die Wände der Abscheidungskammer abgeben, wenn sie an diesen haften bleiben, ist so klein, daß sie vernachlässigt werden kann, wenn die Teilchen klein sind (sie ändert sich ja mit a^3). Die Wirkung des „Haftenbleibens“ kann man beseitigen, wenn man in der Kammer Öffnungen für den Strom der Teilchen vorsieht, wenn diese der Wirkung der Differentialkräfte ausgesetzt werden. Solche Öffnungen werden für das Fluidum selbst keine Druckänderung liefern.

Die durch den Reibungswiderstand verzehrte Energiemenge kann somit mit Hilfe des Stokesschen Gesetzes berechnet werden. Für den Fall sehr dicken Zigarettenrauches, der 30000000 Teilchen im Kubikzentimeter enthält, werden etwa 4 Proz. der elektrischen Energie, die das obige Gesetz angibt, zur Überwindung des Widerstandes der inneren Reibung verbraucht. Annähernd dieselbe Energiemenge wird in der Bildung von Oxyden und von Ozon verzehrt.¹⁾ Diese letztgenannten Mengen kann man berechnen, wenn man die ge-

1) Vgl. Science 1914. p. 899.

bildeten Mengen dieser chemischen Verbindungen mißt. Eine eingehende Untersuchung dieser Energieübertragungen würde erheblich zur Erweiterung unserer Kenntnisse von den elektrischen Entladungen beitragen. Die Einführung verschiedener Aggregate in das Gebiet der sekundären Ionisation, die Gegenwart von Dämpfen, durch welche die Anfangsstufe der Lebensgeschichte der Ionen sehr verkürzt wird, würde ebenfalls einiges Licht über die zwischen den Gasionen vor sich gehenden chemischen Reaktionen verbreiten.

Zusammenfassung.

1. Das Stokessche Gesetz ist angewandt worden, um die zur Beseitigung von Staub, Rauch und Dunst aus Gasen theoretisch erforderliche Energiemenge zu berechnen. Die Theorie ist auf jeden Reinigungsvorgang anwendbar.

2. Der Vorgang der elektrischen Abscheidung umfaßt eine Stufe elektrostatischer Polarisierung (Kohärerwirkung), die „Kernfritterstufe“ („nuclear coherer“ stage), die Ladungsstufe und die Stokessche Stufe. Der Beschlag des Koronadrahtes kann zum Teil auf Polarisierung beruhen und auf unregelmäßigen Gasströmen, die von der Koronaentladung herrühren. Um die Ladung der Rauchteilchen möglichst allgemein und groß zu machen, muß man die Koronaentladung so intensiv machen, wie möglich ist, ohne daß die Entladung in eine Bogenentladung übergeht. Auf der Stokesschen Stufe haben wir es mit Strömen „sehr großer“ Ionen zu tun, die nach dem äußeren Zylinder hinfließen und dort diese Ladung abgeben.

3. Wegen des Ausartens der positiven Korona in Büschelentladungen ist die Ausströmung von Ionen aus dem inneren Drahte an einigen Stellen viel stärker als an anderen, und die Abscheidung von Rauch tritt daher leichter auf als bei Verwendung einer negativen Korona. Niederschläge bilden sich sehr leicht, wenn man eine Wechselstromkorona benutzt. Sie lassen sich dadurch verhindern, daß man den Rückprall der Moleküle sehr groß macht.

4. Was die Koronaentladungen in verschiedenen Gasen bei verschiedenen Temperaturen anlangt, so bleibt hier noch viel zu tun. Es müssen Beziehungen zwischen Funkenpotential und Stärke der Koronaentladung experimentell festgestellt werden. Bislang ist das Vorhandensein neugebildeter chemischer

Kerne und „Aggregate“ nicht mit genügender Sorgfalt betrachtet worden.

5. In der Praxis ist x/y annähernd konstant, obwohl in manchen Fällen keine Mühe darauf verwandt worden ist, x klein zu machen. Das würde bedeuten, daß V_x/V_y annähernd konstant ist.

6. Unter Verwendung der an der Universität Pittsburgh mit dem Rauchabscheider gewonnenen Ergebnisse¹⁾ findet man, daß bei feinem Rauch etwa 4 Proz. der elektrischen Energie der Koronaentladung zur Überwindung des Reibungswiderstandes, zur tatsächlichen Beseitigung der Teilchen aus dem Gase in der für den betreffenden Abscheider günstigsten Zeit verbraucht werden.

1) Trans. Amer. Inst. El. Eng. 32. p. 1305—1314. 1913. Juni.

Pittsburgh, Pa., U. S. A., den 12. Juli 1915.
Carnegie-Institut zu Pittsburgh.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 17. August 1915.)

**7. Die schwingende Spule im Magnetfeld,
ein Fall von gedämpften Sinusschwingungen
mit nichtlinearem Hemmungsgesetz;
von A. Kalähne.**

1. In der jüngst erschienenen Elster-Geitel-Festschrift¹⁾ habe ich ein einfaches Rechenverfahren angegeben, nach dem man die Beschleunigungsgleichungen und die durch Integration daraus folgenden Bewegungsgleichungen für eine große Anzahl von Schwingungen aufstellen kann, deren treibende und hemmende Kräfte nicht linear sind, d. h. nicht der ersten Potenz der Elongation bzw. der Geschwindigkeit proportional sind. Das Verfahren, das hier kurz skizziert sei, besteht darin, daß die Schwingungsgleichung in verallgemeinerter Nachahmung der bekannten Gleichung für die exponentiell gedämpfte Sinusschwingung:

$$(1) \quad x = A e^{-\delta t} \sin(\nu t + \Theta)$$

in der Form angesetzt wird:

$$(2) \quad x = A e^{\varphi(t)} \sin(\nu t + \Theta),$$

wobei $\varphi(t)$ eine beliebig wählbare Funktion der Zeit darstellt. Die zugehörige Beschleunigungsgleichung nimmt dann die Form an:

$$(3) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} - 2 \varphi'(t) \frac{dx}{dt} - [\varphi''(t) - \nu^2 - \varphi'(t)^2] x = 0;$$

$\varphi'(t)$ und $\varphi''(t)$ bedeuten den ersten und zweiten Differentialquotienten von $\varphi(t)$ nach der Zeit. Setzt man $\varphi(t) = -\delta t$, so erhält man die exponentiell gedämpfte Sinusschwingungsgleichung (1) mit der dazugehörigen bekannten Beschleunigungsgleichung:

$$(4) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \delta \frac{dx}{dt} + (\nu^2 + \delta^2) x = 0.$$

1) A. Kalähne, Über Sinusschwingungen mit nichtlinearen Kraftgesetzen. Festschrift für J. Elster u. H. Geitel, p. 172. (Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1915.)

Indem man nun für $\varphi(t)$ geeignet gewählte Funktionen einsetzt, erhält man Schwingungsgleichungen, denen allen gemeinsam ist, daß die durch sie dargestellten Schwingungen dem $\sin(\nu t + \Theta)$ proportional sind, woraus für sie folgt, daß ihre Nullwerte (Durchgänge durch die Ruhelage) dauernd konstanten Zeitabstand voneinander haben. Auch für die Scheitelwerte (Extremwerte) dieser eigenartigen Sinusschwingungen gilt dies, und zwar streng, wenn die Schwingungen ungedämpft sind, angenähert, wenn sie gedämpft sind. Wegen des durch den Faktor $\sin(\nu t + \Theta)$ ihnen anhaftenden Sinuscharakters haben diese Schwingungen also in demselben Grade wie die exponentiell gedämpfte eine konstante Schwingungsdauer. Bei geeigneter Wahl der Funktion $\varphi(t)$ kommt man auf nichtlineare Kräfte, d. h. Kräfte, die von höheren Potenzen der Elongation aus der Ruhelage bzw. Potenzen der Geschwindigkeit abhängen, und kann somit Fälle von Bewegungen behandeln, bei denen die gewöhnliche Näherung mit den ersten Potenzen von Elongation und Geschwindigkeit nicht ausreicht.

2. Einen dieser Fälle, oder vielmehr eine zusammengehörige Reihe von Fällen, bei denen sich eine eigenartig gedämpfte Sinusschwingung ergibt, habe ich in der genannten Arbeit etwas ausführlicher behandelt. Das Dämpfungsgesetz wurde zum Unterschied von anderen, insbesondere von dem exponentiellen Gesetz der Gleichung (1), als „*irrationales*“ bezeichnet, und zwar deshalb, weil der dämpfende Faktor der Amplitude die Zeit t unter einem Wurzelzeichen (Quadratwurzel bzw. höhere Wurzeln) enthält.

Die in Frage kommende Schwingungsgleichung ist:

$$(5) \quad x = \frac{A \sin(\nu t + \Theta)}{\sqrt{1 + \delta' A^2 t - \frac{\delta' A^2}{2\nu} \sin(2\nu t + 2\Theta)}}.$$

Zu ihr gehört die Beschleunigungsgleichung:

$$(6) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + 4\delta' x^2 \frac{dx}{dt} + \nu^2 x + \delta'^2 x^3 = 0.$$

A ist die Amplitudenkonstante, Θ die Phasenkonstante, die beide zusammen die willkürlichen Integrationskonstanten der Differentialgleichung (6) darstellen und durch die Anfangsbedingungen bestimmt werden. Die Größe δ' regelt die

Dämpfung; dem Dämpfungskoeffizienten δ der exponentiell gedämpften Schwingung entspricht aber nicht δ' selbst, sondern das Produkt $\delta' x^2$. Mit anderen Worten: die hemmende Kraft bei dieser Schwingungsbewegung ist, wie aus Gleichung (6) hervorgeht, der Geschwindigkeit dx/dt proportional, in Analogie mit dem gleichen Gesetz bei der exponentiell gedämpften Sinusschwingung; sie hängt aber außerdem noch von der jeweiligen Lage x des Punktes ab, und zwar ist sie dem Quadrat der Elongation x proportional. Die treibende Kraft setzt sich aus den beiden Teilen $\nu^2 x$ und $\delta'^2 x^5$ zusammen, von denen der eine, wie bei der exponentiell gedämpften Schwingung, der ersten Potenz der Elongation, der andere aber der fünften Potenz von x proportional ist. Dieser letztere ist also bei kleinen Ausschlägen gegen den ersteren zu vernachlässigen. Wenn dies der Fall ist — die hinreichende Bedingung dafür ist: $\delta'^2 A^5 \ll \nu^2 A$ —, so hat man es also mit einer Schwingung zu tun, bei der die rücktreibende Kraft — unter Vernachlässigung des Gliedes der fünften Potenz — der Elongation x proportional ist, die hemmende Kraft aber der Geschwindigkeit und dem Quadrat der Elongation proportional ist.

Die zugehörige Schwingungsgleichung (5) stellt eine gedämpfte Schwingung dar, da die Amplitude infolge dauernden Wachstums des Nenners abnimmt. Über die stetige Vergrößerung des Nenners, die durch das additive Glied $\delta' A^2 t$ bewirkt wird, lagert sich noch eine durch das Glied

$$\frac{\nu' A^3}{2\nu} \sin(2\nu t + 2\theta)$$

hervorgerufene periodische Schwankung der Amplitude. Diese kann aber von Anfang an vernachlässigt werden, wenn $\delta' A^2 \ll \nu$ ist. Dann kommen praktisch nur die beiden ersten Glieder $1 + \delta' A^2 t$ unter dem Wurzelzeichen in Betracht, wodurch sich das Gesetz der Amplitudenabnahme sehr vereinfacht. Die Bedingung $\delta' A^2 \ll \nu$ ist übrigens, wie man leicht erkennt, identisch mit der anderen, daß der Anteil $\delta'^2 x^5$ der rücktreibenden Kraft klein ist gegen den Anteil $\nu^2 x$. Im allgemeinen wird man nur diesen Fall zu berücksichtigen brauchen, da er wohl der wichtigste ist; denn die Fälle mit großem δ' , also starker Dämpfung, haben weniger Bedeutung.

3. Es soll nun gezeigt werden, daß die um das Glied $\delta'^2 x^5$ gekürzte Gleichung (6) sich unter bestimmten Bedingungen

als Bewegungsgleichung einer an einem Pendel befestigten Spule im Magnetfeld ergibt. Diese Bedingungen sind: die Spule muß sehr schmal sein und das Feld muß eine bestimmte Kraftlinienverteilung besitzen.

Wir denken uns ein Magnetfeld mit horizontalen Kraftlinien, dessen Intensität in vertikaler Richtung nicht, in der zu den Kraftlinien senkrechten horizontalen Richtung nach einem vorläufig noch unbestimmten Gesetz variiert, derart, daß sie von einer vertikalen Symmetrieebene nach beiden Seiten gleichmäßig abfällt. Ein solches Feld läßt sich angenähert zwischen den — in vertikaler Richtung — langgestreckten Polschuhen eines Elektromagneten herstellen. Die Kraftlinienrichtung sei y -, die Vertikale nach oben z -, die horizontale Richtung, in der das Feld variiert, die x -Richtung. In der x -Richtung, also in dem Spalt zwischen den Polen, bewege sich ein Pendel, das unten eine geschlossene Spule mit rechteckigem Querschnitt trägt, im einfachsten Fall ein Drahtrechteck mit den kurzen Seiten b in der x -Richtung

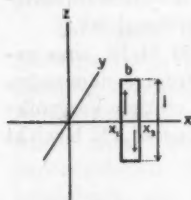


Fig. 1.

und den langen Seiten l in der z -Richtung. An den Rechnungen ändert sich nichts Wesentliches, wenn mehrere solcher in der y -Richtung hintereinander liegender Rechtecke zu einer Spule zusammengefaßt werden. Ihre Windungszahl sei n , die Feldintensität, die eine Funktion nur von x ist, sei \mathfrak{H} . Wenn sich die Vorderkante der Spule an der Stelle x_2 , die Hinterkante an der Stelle x_1 des Feldes befindet (vgl. Fig. 1), so ist der magnetische Induktionsfluß durch die Spule

$$(7) \quad \mathfrak{M} = n l \int_{x_1}^{x_2} \mathfrak{H} dx.$$

Verschiebt sich die Spule um die Strecke dx in positiver Richtung¹⁾, so ist die Änderung des Induktionsflusses:

$$(8) \quad \delta \mathfrak{M} = n l \delta x \frac{\partial}{\partial x} \int_{x_1}^{x_2} \mathfrak{H} dx = n l \delta x \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} dx = n l \delta x (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1).$$

1) Hier ist δ das Rechnungszeichen für eine unendlich kleine Größe, während es in Gleichung (1) und (4) usw. den Dämpfungsfaktor darstellte.

\mathfrak{H}_1 und \mathfrak{H}_2 sind die Feldstärken in den Ebenen $x = x_1$ und $x = x_2$. Ist die Spulenweite $x_2 - x_1 = b$ verschwindend klein, so daß sie gleich $d'x$ gesetzt werden kann, dann wird

$$\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1 = \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} d'x$$

und die Gleichung (8) vereinfacht sich zu:

$$(8a) \quad \delta \mathfrak{M} = n l \delta x \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} d'x.$$

Bewegt sich die Spule mit der Geschwindigkeit

$$(9) \quad \frac{dx}{dt} = u,$$

so ist also die in ihr induzierte elektromotorische Kraft

$$(10) \quad E = - \frac{d\mathfrak{M}}{dt} = - \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = - \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial x} u.$$

Setzt man hier aus (8) bzw. (8a) $\delta \mathfrak{M}$ ein, so erhält man bei endlicher Spulenweite

$$(11) \quad E = - u n l (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1),$$

bei unendlich kleiner Spulenweite

$$(12) \quad E = - u n l \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} d'x.$$

Durch Einführung der Windungsfläche $n l b$ bzw. $n l d'x$, die wir f nennen wollen, gehen die Formeln (11) und (12) über in

$$(11a) \quad E = - \frac{u f (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1)}{b}$$

und

$$(12a) \quad E = - u f \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x}.$$

Der durch diese elektromotorische Kraft in der Spule erzeugte Strom J ergibt sich aus der Gleichung

$$(13) \quad J w = E - L \frac{dJ}{dt},$$

worin w den Widerstand, L die Induktanz der Spule darstellt. Diese Gleichung wird durch Einsetzen des obigen E

bei endlicher Spulenweite

$$(14) \quad J w = - \frac{u f (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1)}{b} - L \frac{dJ}{dt},$$

bei unendlich schmaler Spule

$$(15) \quad Jw = -nf \frac{d\Phi}{dx} - L \frac{dJ}{dt}.$$

Der Umlaufsinn, der als positiver für E und J in der Spule zu gelten hat, ist in Fig. 1 durch Pfeile bezeichnet. Es ist natürlich der positive (rechtshändige) Drehungssinn um die Richtung der magnetischen Feldstärke als Achse.

4. Der induzierte Strom J vermittelt auf die im Felde bewegte Spule eine ponderomotorische, und zwar hemmende Kraft. Auf die Seiten b , die sich in ihrer eigenen Richtung bewegen, findet keine Wirkung statt, da sie keine Kraftlinien schneiden. Auf die Seiten l , die sich senkrecht zu den Kraftlinien bewegen, finden entgegengesetzte (weil die Stromrichtung beiderseits verschieden ist), und zwar ungleich große (weil die Feldstärke beiderseits verschieden ist) Wirkungen statt, deren Differenz die resultierende ponderomotorische Kraft ist.

Die auf die Leiterstücke l wirkenden Kräfte fallen in die Richtung x und sind gleich dem Produkt aus Leiterlänge l , Stromstärke J und Feldstärke Φ . Der Richtungssinn ist nach den bekannten Regeln festzustellen (vgl. z. B. Fig. 2).

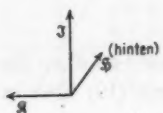


Fig. 2.

Die ponderomotorische Kraft für die ganze Spule wird also

bei endlicher Spulenweite

$$(16) \quad \mathfrak{K} = Jnl(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{Jf(\Phi_2 - \Phi_1)}{b},$$

bei unendlich kleiner Spulenweite

$$(17) \quad \mathfrak{K} = Jnl d'x \frac{\partial \Phi}{\partial x} = Jf \frac{\partial \Phi}{\partial x}.$$

Man hat hier nun noch den Wert von J einzusetzen, um die momentane ponderomotorische Kraft \mathfrak{K} zu erhalten. Dazu muß J erst aus (14) bzw. (15) berechnet werden, was nur unter Voraussetzung der Kenntnis der Feldform möglich ist. Es muß also über diese nun verfügt werden. Wie dies aber auch geschehen möge, es ergibt sich im allgemeinen ein mehr oder weniger komplizierter Ausdruck für J , der vor allem

die Eigenschaft besitzt, daß er eine Phasendifferenz gegen die Bewegung des Pendels hat; daher hat auch die ponderomotorische Kraft diese Phasendifferenz, und das Problem der gedämpften Schwingung einer solchen Spule im Magnetfeld wird im allgemeinen Falle höchst schwierig, da die hemmende Kraft sich wegen ihrer Phasendifferenz gegen die rücktreibende Kraft nicht einfach als Funktion von Lage und Geschwindigkeit ausdrücken läßt. Dies ist aber möglich in dem besonderen, nicht schwer zu verwirklichenden Falle, wo die Induktanz L der Spule klein, ihre Windungsfläche f aber verhältnismäßig groß ist, was gerade bei einer schmalen, langgestreckten Spule zutrifft. Dann kann nämlich das zweite Glied rechts in den Gleichungen (14) bzw. (15) vernachlässigt werden, und man kann J einfach berechnen, indem man die Spule als induktionslos betrachtet. Das liefert die Näherungswerte

bei endlicher Spulenweite

$$(14a) \quad J = - \frac{u f (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1)}{w b},$$

bei unendlich kleiner Spulenweite

$$(15a) \quad J = - \frac{u f}{w} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x}.$$

Mit diesen Werten ergibt sich die ponderomotorische Kraft ebenfalls angenähert

bei endlicher Spulenweite

$$(16a) \quad \mathfrak{R} = - \frac{u f^2 (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1)^2}{b^2 w},$$

bei unendlich kleiner Spulenweite

$$(17a) \quad \mathfrak{R} = - \frac{u f^2}{w} \left(\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} \right)^2.$$

5. Die zuletzt gewonnene, für eine unendlich enge Spule geltende Gleichung (17a) bietet nun die Möglichkeit, die in Gleichung (6) geforderte hemmende Kraft zu verwirklichen, die erstens der Geschwindigkeit $u = dx/dt$ und zweitens dem Quadrat der Elongation des Pendels aus der Ruhelage x^2 proportional ist. Es braucht nämlich nur die Feldstärke eine solche Funktion von x zu sein, daß $\partial \mathfrak{H} / \partial x$ proportional x ist, gleichviel mit welchem Vorzeichen. Da die Feldstärke eine

natürliche Symmetrieebene besitzt, die durch die Achse der Magnetpole und die Richtung der vertikalen Erstreckung der Polschuhe gegeben ist, in der die Feldintensität ein Maximum hat, so hat man, um die erforderliche Feldform zu erhalten, anzusetzen

$$(18) \quad \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} = -2ax,$$

wobei a eine Konstante ist.

Die Feldstärke muß also die Form haben

$$(19) \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 - ax^2.$$

\mathfrak{H}_0 ist die (maximale) Feldstärke in der Symmetrieebene. Der Intensitätsabfall in der x -Richtung zu beiden Seiten der Sym-

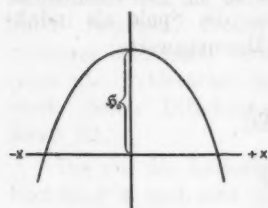


Fig. 3.

metrieebene wird etwa durch Fig. 3 dargestellt; die Kurve ist eine Parabel. Von dieser kommt nur der Teil bis höchstens zu den Schnittpunkten mit der x -Achse in Betracht. Jenseits derjenigen Entfernung x , wo \mathfrak{H} auf Null herabgesunken ist, würde es negativ werden, das Feld also entgegen-

gesetzte Richtung annehmen, was natürlich dem gewöhnlichen Fall nicht entspricht, bei dem das Feld nach außen stetig auf Null herabsinkt.

Hat das Magnetfeld die in Gleichung (19) angegebene Form, so befolgt das Pendel bei seinen gedämpften Schwingungen die in den Gleichungen (5) und (6) dargestellten, eingangs näher besprochenen Schwingungsgesetze.

Eine experimentelle Untersuchung darüber, wie weit es möglich ist, die verlangte Feldform herzustellen und das gekennzeichnete Dämpfungsgesetz der Schwingungen zu erzeugen, konnte aus äußeren Gründen (Einberufung des Verfassers zum Heeresdienst) zurzeit nicht ausgeführt werden.

Danzig-Langfuhr, Technische Hochschule, Juni 1915.

(Eingegangen 19. Juli 1915.)

8. Über das spezifische Gewicht des Argons; von H. Schultze.^{† 1)}

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Bei Gelegenheit der Bestimmung von Isothermen des Argons²⁾ wurde das spezifische Gewicht des dazu benutzten, sorgfältig gereinigten Gases mehrfach gemessen. Die Beobachtungen erstreckten sich über einen längeren Zeitraum, in dessen Verlauf immer wieder andere oder aufs neue gereinigte Proben des Gases zur Untersuchung gelangten.

Das Gas wurde in einem Ballon *A* aus Jenaer Glas 16 III gewogen, der eine Kugel von 11,5 cm Durchmesser bildete, an welcher eine 14 cm lange, mit einem Hahn verschließbare Kapillare saß. Als Gegengewicht diente ein ähnlicher Ballon *B*. Für das Volumen V der beiden Behälter, den Druckkoeffizienten ΔV , das Gewicht M_g (bezogen auf den leeren Raum) und das spezifische Gewicht s_g , das wegen der hohlen Hähne etwas verschieden von dem für das Glas 16 III gültigen Wert 2,58 anzusetzen war, wurden die folgenden Werte gefunden:

	V (0°) ml	ΔV /Atm. ml	M_g g	s_g
<i>A</i>	767,325	0,106	96,0263	2,45
<i>B</i>	771,988	0,112	96,8663	2,42

Zur Bestimmung des Volumens wurde der Ballon mit Wasser gefüllt und dessen Stand in einem Bade bei etwa 20° bis zum Ansatz des Hahnes abgeglichen, wobei man das Hahnkücken entfernte, um das überschüssige Wasser abtupfen zu können. Die Wägung geschah dann bei 15°. Das auf diese Weise bestimmte Volumen, zu dem noch die Hahnbohrung hinzuzufügen war, wurde alsdann mit Hilfe des bekannten

1) Für den Druck hergerichtet von L. Holborn.

2) L. Holborn u. H. Schultze, Ann. d. Phys. 47. p. 1089. 1915.

Ausdehnungskoeffizienten des Glases auf 0° reduziert, bei welcher Temperatur das Gas eingefüllt werden sollte. Der Druckkoeffizient ΔV wurde an den mit Wasser gefüllten Behältern bestimmt, indem man die Verschiebung der Kuppe in der Kapillare beobachtete, die infolge der Vergrößerung des inneren Druckes um etwa 0,5 Atm. eintrat.

Zunächst bestimmte man das Gewicht trockener kohlensäurefreier Luft. Zu diesem Zwecke wurde der Ballon *A* in schmelzendes Eis eingebettet und unter dem am Barometer abgelesenen Druck *p* gefüllt. Bezeichnet M_0 die Masse der Gewichtsstücke, bezogen auf den leeren Raum, die zu dem Gegengewicht zur Herstellung des Gleichgewichtes hinzugefügt werden mußten, wenn der Ballon *A* mit Luft gefüllt war, ferner M_1 diejenige, wenn der Ballon *A* leergepumpt war, so ergaben sich bei zwei Bestimmungen:

Nr.	M_0 g	M_1 g	<i>p</i> mm Hg	<i>m</i> g	<i>s</i>
1	2,18682	1,19807	757,63	0,98888	0,00129274
2	2,19288	1,19809	762,20	0,99492	0,00129283

Die Masse *m* der Luft ist gleich dem Unterschied $M_0 - M_1$, vermehrt um 0,13 mg, um die sich der Auftrieb des Ballons *A* vermindert, wenn er leergepumpt wird. Im Mittel ergibt sich das spezifische Gewicht *s* der Luft bei 0° und dem Druck von 760 mm Quecksilber normaler Schwere zu 0,0012928. Dieser Wert steht mit den bisher bekannten in guter Übereinstimmung.

In derselben Weise wurden die Bestimmungen für Argon ausgeführt. Leergepumpt wurde hierbei mit abgekühlter Holzkohle so weit, daß das Manometer keinen Druck mehr anzeigte, wobei man besonders darauf achtete, daß sich das äußerste Vakuum in dem Ballon gut hielt, der Hahn, welcher etwas gefettet war, also dicht schloß. Die Kapillare des Ballons war durch ein kurzes Stück starkwandigen Gummischlauches mit der Zuführung zu dem Argonbehälter verbunden. An dieser saß außerdem ein Quecksilbermanometer zur Messung des Füllungsdruckes und eine Geisslersche Röhre, mit der das einzufüllende Gas spektroskopisch untersucht werden konnte. War der Ballon aus dem Bade schmel-

zenden Eises herausgenommen, so wurde er mittels eines mit destilliertem Wasser benetzten leinenen Läppchens abgewischt. Er stand dann wenigstens während einer Nacht im Wagekasten, bevor die Wägungen, und zwar jedesmal mehrfache Doppelwägungen, vorgenommen wurden. Hierzu diente eine Stückrathsche Wage, die man mit einem Fernrohr beobachtete.

Es ergaben sich folgende Werte:

Nr.	M_1 g	M_2 g	p mm Hg	m g	s	Spektroskopisch
1	2,54269	1,19838	746,81	1,34444	0,00178301	Spur N
2	2,51613	1,19771	732,13	1,31855	0,00178374	rein
3	2,51490	1,19764	734,95	1,31739	0,00177583	N-haltig
4	2,52476	1,19709	737,28	1,32780	0,00178371	rein
5	2,52608	1,19943	736,73	1,32678	0,00178367	rein

Als rein kommen nach der spektroskopischen Untersuchung nur die Argonproben Nr. 2, 4 und 5 in Betracht. Sie ergeben im Mittel für das spezifische Gewicht des Gases die Zahl 0,00178371. Da sie sich auf den Druck von 735 mm Quecksilber bezieht, so ist wegen der Kompressibilität des Argons noch eine kleine Korrektur anzubringen. Man erhält dann für 0° und den Druck von 760 mm Quecksilber den Wert

$$0,00178376.$$

Der Koeffizient A_0 der Kompressibilität zwischen 0 und 760 mm Quecksilber ist nach den Bestimmungen von Holborn und Schultze¹⁾ bei 0° zu 0,00091 angesetzt.

Die spektroskopische Untersuchung der unreinen Proben zeigte nur die Anwesenheit von Stickstoff; Wasserstoff wurde nicht beobachtet. Die Unreinheit der Probe Nr. 1, die dem Gewichte nach einem Luftgehalt von 0,14 Proz. entspricht, lag gerade auf der Grenze, wo noch eine Spur von Stickstoff wahrnehmbar war. Die Probe Nr. 3 war unreiner; sie zeigte das Stickstoffspektrum bei Drucken zwischen 0,5 Atm. und 1 cm Quecksilber; darunter allerdings auch nicht mehr. Dem beobachteten Gewicht entspricht in diesem Falle ein Luft-

1) L. Holborn u. H. Schultze, l. o.

gehalt von 1,71 Proz. Die beiden unreinen Proben wurden nur deshalb gewogen, um zu sehen, welcher Grad der Unreinheit bei der spektroskopischen Untersuchung noch hervortrat.

Für das Molekular(Atom-)gewicht M des Argons folgt, bezogen auf Sauerstoff = 32:

$$M = \frac{178376 (1 - 0,00091)}{142906 (1 - 0,00097)} \cdot 32 = 39,945.$$

Die Klammerausdrücke, welche die Korrektion wegen der Kompressibilität der Gase von Atmosphärendruck auf den Druck 0 enthalten, unterscheiden sich nur unbedeutend bei Sauerstoff und Argon, die, entsprechend ihren nahe beieinander liegenden Siedepunkten, einen ähnlichen Verlauf der Isothermen aufweisen. Wegen der Werte s und A_0^1 für Sauerstoff wird auf die Arbeiten Scheuers¹⁾ und Germanns²⁾ verwiesen.

Die früher für das Molekulargewicht des Argons gefundenen Zahlen sind etwas kleiner als der neue Wert. So geben Ramsay und Travers³⁾ 39,91 und Watson⁴⁾ 39,88 an.

1) O. Scheuer, Sitzungsber. d. Wiener Akad. 123. [2a]. p. 931. 1914.

2) A. Germann, Journ. of phys. Chem. 19. p. 437. 1915.

3) W. Ramsay u. M. W. Travers, Proc. Roy. Soc. 64. p. 183. 1899.

4) H. E. Watson, Journ. Chem. Soc. 97. p. 833. 1910.

(Eingegangen 18. August 1915.)

s.

erden
Un-
vor-

olgt,

der
den
bei
bei-
rlauf
für
ns²)

ge-
So
8 an.

1914.

1899.